

หลักสูตรลดระยะเวลาเรียน
สำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ ด้านคณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

แผนการจัดการเรียนรู้ ตรรกศาสตร์

โครงการความร่วมมือระหว่างสำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษาและมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
ในการขยายเครือข่ายการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เขตพื้นที่การศึกษากาญจนบุรี

371.95 สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา
ส 691 ผ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ตรรกศาสตร์ หลักสูตรลดระยะเวลาเรียน
สำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ ด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
กรุงเทพฯ : 2550
90 หน้า
ISBN 978-974-559-974-1
1. การศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ - หลักสูตร
2. การศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ-คณิตศาสตร์ 3. ชื่อเรื่อง

**แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ตรรกศาสตร์ หลักสูตรลดระยะเวลาเรียนสำหรับ
ผู้มีความสามารถพิเศษ ด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย**

สิ่งพิมพ์ สกศ. อันดับที่ 52 /2550
พิมพ์ครั้งที่ 1 กรกฎาคม 2550
จำนวน 1,000 เล่ม
จัดพิมพ์เผยแพร่ สำนักงานมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้
 สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา
 99/20 ถนนสุขุโขทัย เขตดุสิต กรุงเทพฯ 10300
 โทรศัพท์ 0-2668-7974 หรือ 0-2668-7123 ต่อ 2530
 โทรสาร 0-2243-1129, 0-2668-7329
 Web site: [http:// www.onec.go.th](http://www.onec.go.th) และ [http:// www.thaigifted.org](http://www.thaigifted.org)
ผู้พิมพ์ บริษัท ออฟเซ็ท เพรส จำกัด
 78/162 ม.4 ถ.ประชากรราษฎร์ ต.สวนใหญ่ อ.เมือง จ.นนทบุรี 11000
 โทรศัพท์ 0-2943-8373-4 โทรสาร 0-2510-7753



คำนำ

ตามที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 และแก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2545 มาตรา 10 วรรคสี่ กำหนดให้การจัดการศึกษาสำหรับบุคคลซึ่งมีความสามารถพิเศษต้องจัดด้วยรูปแบบที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสามารถของบุคคลนั้น และในมาตรา 28 ยังได้กำหนดให้หลักสูตรการศึกษาสำหรับบุคคลซึ่งมีความสามารถพิเศษต้องมีลักษณะหลากหลาย ทั้งนี้ ให้จัดตามความเหมาะสมของแต่ละระดับ โดยมุ่งพัฒนาคุณภาพชีวิตของบุคคลให้เหมาะสมแก่วัยและศักยภาพ

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา โดยความร่วมมือของมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่ ได้ดำเนินการวิจัยนำร่องขยายเครือข่ายการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (เขตพื้นที่การศึกษาภาคใต้ ปีการศึกษา 2547) ซึ่งมีกระบวนการหนึ่งที่สำคัญคือ การจัดทำหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน (Acceleration Program) เป็นการจัดหลักสูตรสำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ โดยปรับหลักสูตรปกติให้กระชับ ใช้เวลาเรียนให้สั้นลงเหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียน และนำเวลาที่เหลือมาเพิ่มพูนประสบการณ์ในระดับที่กว้าง ยากและลึกซึ่งกว่าหลักสูตรปกติ ทั้งนี้จะเป็นการช่วยไม่ให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่ายการเรียนในวิชาปกติที่เขาสามารถเรียนรู้ได้เร็วกว่าเพื่อน รวมทั้งเป็นการป้องกันไม่ให้เกิดความถดถอยทางศักยภาพหรือทำลายศักยภาพของตนเอง สำหรับการวัดและประเมินผลในหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน โรงเรียนควรใช้มาตรฐานเดียวกันเหมือนเด็กกลุ่มปกติ

เอกสารเล่มนี้เป็น แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ตรรกศาสตร์ ในหลักสูตรลดระยะเวลาเรียนสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งเป็นหนึ่งในสิบแปดเล่มที่ได้จากการวิจัยนำร่องฯ ดังกล่าวข้างต้น โดยกำหนดให้มีการเรียนการสอนเพียง 5 ภาคเรียนจากปกติใช้เวลาทั้งหมด 6 ภาคเรียน ซึ่งเนื้อหาที่ปรากฏอยู่ในเอกสารเล่มนี้เป็นเพียงตัวอย่างเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนสามารถนำไปใช้สำหรับการเรียนการสอน ทั้งนี้ ครูผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ปรับเปลี่ยน ขยายเนื้อหา หรือเลือกเนื้อหาอื่นๆ ที่น่าสนใจ หรือเหมาะสมกับสภาพการณ์ของครูและนักเรียนในแต่ละโรงเรียนได้

ในโอกาสนี้ สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษาขอขอบคุนรองศาสตราจารย์อารีสา รัตนเพ็ชร และคณะ จากภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ผู้บริหารโรงเรียน คณะครู-อาจารย์ และนักเรียนที่อยู่ในโครงการฯ ตลอดจนคณะครูคณิตศาสตร์โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา กรุงเทพฯ ที่เห็นคุณค่าของเอกสารนี้ จึงให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้องจนเสร็จสมบูรณ์ สำนักงานฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่า องค์ความรู้ที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ของประเทศไทยต่อไป

๐
๐๑๖๗

(นายอ่ำรุ่ง จันทวานิช)

เลขาธิการสภาการศึกษา



คำชี้แจง

ตามที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2545 ในมาตรา 10 (วรรค 4) ได้กำหนดให้การจัดการศึกษาสำหรับบุคคลที่มีความสามารถพิเศษ ต้องจัดด้วยรูปแบบที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงความสามารถของบุคคลนั้น และมาตรา 28 ระบุว่า หลักสูตรการศึกษาระดับต่างๆ รวมทั้งหลักสูตร การศึกษาสำหรับบุคคลซึ่งมีความสามารถพิเศษต้องมีลักษณะหลากหลาย ทั้งนี้ให้จัดตามความเหมาะสมของแต่ละระดับ โดยมุ่งพัฒนาคุณภาพชีวิตของบุคคลให้เหมาะสมกับวัยและศักยภาพ นั้น

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา จึงได้จัดทำโครงการวิจัยนำร่องและพัฒนาเด็กและเยาวชนที่มีความสามารถพิเศษมาตั้งแต่ปี 2543 เพื่อค้นหารูปแบบและพัฒนาหลักสูตรการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษในสาขาวิชาต่างๆ ทั้งระดับประถมและมัธยมศึกษา ในลักษณะเรียนร่วมในโรงเรียนทั่วไป หรือที่เรียกว่า School in school Program โดยในปีการศึกษา 2547 ได้ขยายโรงเรียนเครือข่ายสู่ภูมิภาคในภาคเหนือและภาคใต้ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งกระบวนการจัดการศึกษานี้เน้นการจัด Gifted Education ขั้นตอนเริ่มตั้งแต่การเสาะหาและคัดเลือก มีการพัฒนาหลักสูตรที่ใช้วิธีการลดระยะเวลาเรียน (Acceleration Program) เป็นการย่นระยะเวลาเรียนให้น้อยลง แต่ยังคงเนื้อหาเท่าเดิมครบถ้วนตามหลักสูตรแกนที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนด และจัดทำหลักสูตรเพิ่มพูนประสบการณ์ (Enrichment Program) เพิ่มเติมให้กับเด็กกลุ่มนี้ เป็นการขยายกิจกรรมในหลักสูตรให้กว้างและลึกซึ้งกว่าที่มีในหลักสูตรปกติ เพื่อช่วยกระตุ้นความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะในการคิด วิเคราะห์ การแก้ปัญหา การใช้สติปัญญาในการให้เหตุผล ฯลฯ เมื่อผู้เรียนสามารถจบหลักสูตรในแต่ละช่วงชั้นก่อนกำหนด (เช่น ด้านภาษาใช้เวลา 3 ภาคเรียน จาก 6 ภาคเรียนหรือด้านคณิตศาสตร์ ใช้เวลา 5 ภาคเรียน จาก 6 ภาคเรียน เป็นต้น) เวลาที่เหลือ โรงเรียนหรือครูผู้สอนก็สามารถจัดหลักสูตรขยายประสบการณ์ (Extension Program) หรือให้นักเรียนที่มีประสบการณ์ทำงานร่วมกับผู้เชี่ยวชาญ (mentor) ซึ่งเป็นวิธีการจัดโปรแกรมการศึกษานอกหลักสูตรที่สามารถตอบสนองความสนใจและความสามารถเป็นรายบุคคล เช่น การจัด AP Program (Advanced Placement Program) หรือ โครงการเรียนล่วงหน้า ที่เป็นการนำเอาเนื้อหาในหลักสูตรระดับอุดมศึกษามาเรียนในขณะที่ยังเรียนอยู่ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และสามารถเก็บหน่วยกิตไว้ได้ เป็นต้น นอกจากนี้ ยังต้องปรับวิธีการวัดและประเมินผลตามสภาพจริง มีการจัดสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม และมีการบริหารจัดการที่เอื้อต่อการจัดการศึกษาให้กับเด็กกลุ่มนี้ด้วย

แผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้ เป็นหนึ่งใน 18 เล่ม ที่ใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ ในหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน(Acceleration Program) โดยกำหนดให้มีการเรียนการสอนเพียง 5 ภาคเรียน (ปกติใช้เวลาทั้งหมด 6 ภาคเรียน) ของโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการฯ เขตพื้นที่การศึกษาภาคใต้ โดยแต่ละโรงเรียนจะใช้แผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน แต่อาจจะมีลำดับในการสอนแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของแต่ละโรงเรียน (ดูรายละเอียดแผนการจัดการเรียนรู้ของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ในตารางหน้าถัดไป) สำหรับการวัดและประเมินผลตามหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน เป็นการวัดความรู้ความเข้าใจของผู้เรียน โดยใช้ข้อสอบ Pre-test และ Post-test ที่ออกโดยคณะวิจัย และอาจารย์รับผิดชอบโครงการจากแต่ละโรงเรียน



**ตารางแผนการจัดการเรียนรู้ของหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน
ด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย**

ระดับ	เนื้อหา	จำนวน คาบ	โรงเรียนที่รับผิดชอบ เขียนแผนการจัดการเรียนรู้	
มัธยมศึกษาปีที่ 4	ภาคเรียนที่ 1	1. เซต	10	โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย จ.สตูล
		2. การให้เหตุผล	6	โรงเรียนพุนพินพิทยาคม
		3. ตรรกศาสตร์	24	โรงเรียนพุนพินพิทยาคม
		4. จำนวนจริงและทฤษฎีเบื้องต้น	38	โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย
	ภาคเรียนที่ 2	5. เรขาคณิตวิเคราะห์	38	โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาภาคใต้
		6. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	30	โรงเรียนสุราษฎร์ธานี
		7. ทรีโกณมิติ	48	โรงเรียนบูรณะรำลึก
		8. กำหนดการเชิงเส้น	6	โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชวูช
รวม		200		
มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	1. ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและลอการิทึม	27	โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาภาคใต้
		2. เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์	20	โรงเรียนสุราษฎร์ธานี
		3. เวกเตอร์ 2 และ 3 มิติ	36	โรงเรียนพุนพินพิทยาคม
		4. จำนวนเชิงซ้อนและสมการพหุนาม	24	โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชวูช
	ภาคเรียนที่ 2	5. ทฤษฎีกราฟ	15	โรงเรียนบูรณะรำลึก
		6. ลำดับและอนุกรม	38	โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย
		7. ลิมิตของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และ การอินทิเกรต	40	โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย จ.สตูล
		รวม		200
มัธยมศึกษาปีที่ 6	ภาคเรียนที่ 1	1. การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่	30	โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาภาคใต้
		2. ความน่าจะเป็น	20	โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย
		3. สถิติและความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูล	50	โรงเรียนบูรณะรำลึก
		▪ การนำเสนอข้อมูลและค่ากลาง (12 คาบ)		โรงเรียนสุราษฎร์ธานี
		▪ การกระจายของข้อมูล (25 คาบ)		โรงเรียนพุนพินพิทยาคม
รวม		100		



สารบัญ

เรื่อง	หน้า
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	
เรื่อง ประพจน์และค่าความเป็นจริงของประพจน์	1
ใบความรู้ที่ 1	3
เอกสารแนะนำแนวทางที่ 1	5
แบบฝึกหัดที่ 1	6
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	
เรื่อง การหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีค่าเชื่อม 1 ตัวเชื่อม	7
ใบความรู้ที่ 2	9
เอกสารแนะนำแนวทางที่ 2	14
แบบฝึกหัดที่ 2	17
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	
เรื่อง ค่าความจริงของประพจน์ที่มีค่ามากกว่า 1 ตัวเชื่อม	20
ใบความรู้ที่ 3	22
แบบฝึกหัดที่ 3	23
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	
เรื่อง ตารางค่าความจริง	25
ใบความรู้ที่ 4	27
แบบฝึกหัดที่ 4	29
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	
เรื่อง สัจนิรันดร์ สมมูล นิเสธของประพจน์	31
ใบความรู้ที่ 5	34
แบบฝึกหัดที่ 5	40
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	
เรื่อง การอ้างเหตุผล	42
ใบความรู้ที่ 6	45
แบบฝึกหัดที่ 6	50



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	
เรื่อง ประโยคเปิดประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ	52
ใบความรู้ที่ 7	54
แบบฝึกหัดที่ 7	57
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8	
เรื่อง ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ	59
ใบความรู้ที่ 8	62
แบบฝึกหัดที่ 8	65
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9	
เรื่อง สมมูลและนิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ	67
เอกสารแนะแนวทางที่ 9	69
แบบฝึกหัดที่ 9	73
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10	
เรื่อง ฝึกทักษะการคิดคำนวณเรื่องตรรกศาสตร์	75
แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1	77
แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2	79



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง ประพจน์และค่าความเป็นจริงของประพจน์
วิชา คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 1 ชั่วโมง

@@

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับประพจน์และบอกค่าความเป็นจริงของประพจน์ได้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. จำแนกข้อความที่เป็นประพจน์หรือไม่เป็นประพจน์ได้
2. หาค่าความเป็นจริงของประพจน์แต่ละประพจน์ได้

2. แนวความคิดหลัก (สาระสำคัญ)

ประพจน์คือประโยคที่เป็นจริงหรือเท็จ ใดๆอย่างหนึ่งเท่านั้น ประโยคที่มีลักษณะดังกล่าวจะอยู่ในรูปประโยคบอกเล่าหรือปฏิเสธก็ได้

ประโยคที่เป็นจริง เรียกว่า ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

ประโยคที่เป็นเท็จ เรียกว่า ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ค่าความเป็นจริงของประพจน์มี 2 ชนิด คือ

1. ค่าความจริง เป็นจริง
2. ค่าความจริง เป็นเท็จ

3. เนื้อหาสาระ

1. ความหมายของประพจน์
2. ค่าความเป็นจริงของประพจน์

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูแนะนำเกี่ยวกับความเป็นมาและความหมายของคำว่า “ตรรกศาสตร์” แล้วแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบและแจกเอกสารแนะนำแนวทาง

2. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 3 คน ร่วมกันปรึกษาเพื่อตอบคำถามในเอกสารประกอบแนวทางที่ 1 และร่วมกันสรุปความหมายของประพจน์

3. ครูสุ่มเลือกนักเรียน 3-4 กลุ่มนำเสนอผลสรุป “ความหมาย” ของประพจน์ของแต่ละกลุ่มโดยเขียนบนกระดานดำ



4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปความหมายของ “ ประพจน์ ” อีกครั้งหนึ่ง
5. ครูแจกใบความรู้ที่ 1 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาเนื้อหาในใบความรู้
6. นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาข้อความที่เป็นหรือไม่เป็นประพจน์จากตัวอย่างที่ 1 ในใบความรู้ที่ครูแจกให้ร่วมกันอภิปรายความถูกต้องและมีประโยชน์ที่ไม่เป็นประพจน์ ข้อสังเกต
7. นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงค่าความเป็นจริงของประพจน์และพิจารณา ค่าความเป็นจริงของประพจน์จากตัวอย่างที่ 2 ในใบความรู้และร่วมกันสรุป ค่าความเป็นจริงของประพจน์
8. นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากใบงานที่ครูแจกให้
9. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัด
10. นักเรียนสรุปจดบันทึกลงในสมุดของนักเรียน

5. แหล่งการเรียนรู้

1. เอกสารแนะแนวทางเรื่อง ประพจน์ และค่าความเป็นจริงของประพจน์
2. ใบความรู้ที่ 1
3. แบบฝึกหัด
4. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. การตอบคำถามในเอกสารแนะแนวทาง
2. การร่วมกันสรุป, อภิปรายและตอบคำถาม
3. การตอบคำถามในแบบฝึกหัด
4. การสรุปจดบันทึกของนักเรียน
5. เอกสารแบบฝึกหัด

7. บันทึกหลังสอน

.....

()

ผู้สอน

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....



ใบความรู้ที่ 1

ตรรกศาสตร์

ตรรกศาสตร์ คือ วิชาที่กล่าวถึงหลักเกณฑ์การคิดหาเหตุผล

ประพจน์ (Proposition)

ประพจน์ คือ ข้อความที่อยู่ในรูปประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่สามารถบอกได้ว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จเพียงอย่างเดียว

ตัวอย่างที่ 1

1. ข้อความต่อไปนี้^๑เป็นประพจน์

- | | |
|--|--------------|
| (1) พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก | (เป็นจริง) |
| (2) $\sqrt{8}$ เป็นจำนวนตรรกยะ | (เป็นเท็จ) |
| (3) $\{ 1, 3, \{ 1, 2, 3, \dots \} \}$ เป็นเซตอนันต์ | (เป็นเท็จ) |
| (4) $\phi \in P(\phi)$ | (เป็นจริง) |
| (5) $2 \div 10 \neq 10 \div 2$ | (เป็นจริง) |

2. ข้อความต่อไปนี้^๒ไม่เป็นประพจน์

- (1) $4 + (-10)$ มีค่าเท่าไร
- (2) เขาเป็นนักคณิตศาสตร์
- (3) กรุณาถอดรองเท้าก่อนเข้าห้องเรียน
- (4) จงแก้สมการ $2x + 3 = 8$
- (5) ว้าย! ช่วยด้วย



ข้อสังเกต

- (1) ประโยคคำสั่ง , คำถาม , ขอร้อง , อุทาน , วลี , สุภาษิต , คำพังเพย หรือ ประโยคที่ไม่มีค่าความจริง
ไม่เป็นประพจน์
- (2) ประโยคที่มีตัวแปรปะปนอยู่ เมื่อแทนตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์แล้ว ทำให้ประโยค
เป็นจริงบ้างเท็จบ้าง ไม่เป็นประพจน์ เช่น เขาเป็นนักคณิตศาสตร์ , $x+3 < 5$

ค่าความจริง (Truth value)

ค่าความจริง คือ ความถูกต้อง, ไม่ถูกต้องของสิ่งที่กำลังพิจารณา ค่าความจริงมี 2 ชนิดคือ

- ค่าความจริงที่มีค่าเป็นจริง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ T (True)
- ค่าความจริงที่มีค่าเป็นเท็จ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ F (False)

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ประพจน์	ค่าความจริง
1. 3 เป็นจำนวนเฉพาะ	T
2. $\{1,3,5\} - \{1,7,8\} = \{3,5,7,8\}$	F
3. รากที่ 3 ของ -8 เท่ากับ -2	T
4. 3^{55} มีตัวเลขหลักหน่วยเป็นเลข 1	F
5. 7 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 + 1 = 50$	T

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@



เอกสารแนะแนวทางที่ 1

1. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ จริง หรือ เท็จ หรือ ไม่สามารถบอกได้ โดยทำเครื่องหมาย “ ✓ ” ลงในช่องว่าง

ข้อความ	จริง	เท็จ	ไม่สามารถบอกได้
1) $-2+14=-12$
2) $x+3=4$
3) 37 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่
4) ด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใดๆรวมกันยาวกว่าด้านที่สามของรูปสามเหลี่ยมนั้น
5) มีจำนวนเต็มบางจำนวนเป็นจำนวนนับ
6) $\{0,1,2\} \subset \{1,0,2\}$
7) 10 เป็นคำตอบของสมการ $x^2+8x-20=0$
8) วิตามิน C ละลายในไขมัน
9) โปรรคอย่าเห็นแก่ตัว
10) สีเขียวเป็นแม่สี

2. จากโจทย์ข้อที่ 1 ให้นักเรียนนำข้อความเขียนลงในช่องตรงตามตารางข้างล่าง

1. จริง	2. เท็จ	3. ไม่สามารถบอกได้
.....
.....
.....
.....

ข้อความในช่องที่ 1 ช่องที่ 2 เรียกว่า ประพจน์

ข้อความในช่องที่ 3 เรียกว่า ไม่เป็นประพจน์

3. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของประพจน์

ประพจน์ คือ.....
.....
.....

@@



แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นประพจน์หรือไม่ พร้อมทั้งบอกเหตุผล

ข้อความ	เป็นประพจน์ หรือไม่	เหตุผล
1) $2+3 = 7$
2) $8 < -13+25$ อยู่เท่าไร
3) $ 12-3 = 3-12 $
4) 51 เป็นจำนวนเฉพาะ
5) $A \cap B = \emptyset$ เมื่อ A,B เป็นเซตใดๆ
6) $\{2\} \subset \{1,2,\{2\}\}$
7) 2 เป็นคำตอบของสมการ $3x+1=7$
8) $x^2+6=10$
9) ประโยคทุกประโยคมีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ
10) เซตของจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 1 กับ 2 เป็นเซต อนันต์
11) สำหรับจำนวนเต็ม x ใดๆ $x < 2x$
12) $\pi = \frac{22}{7}$

2. จงยกตัวอย่างประโยคที่เป็นประพจน์ มา 5 ประโยค พร้อมทั้งบอกค่าความจริง

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)

@@



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง การหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อม 1 ตัวเชื่อม
วิชา คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 2 ชั่วโมง

@@

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถบอกตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ และหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อม 1 ตัวเชื่อมได้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกชนิดของตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ และเทียบคำในภาษาไทยที่มีความหมายเหมือนกับตัวเชื่อมนั้นๆ ได้
2. เปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้
3. หาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อม 1 ตัวเชื่อมได้

2. แนวความคิดหลัก (สาระสำคัญ)

การเชื่อมประพจน์ เป็นการสร้างประพจน์ใหม่ จากประพจน์ย่อยตั้งแต่ 2 ประพจน์ขึ้นไปด้วยตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ ซึ่งมี 5 ชนิด คือ ไม่, และ, หรือ, ถ้า...แล้ว..., ...ก็ต่อเมื่อ...

ประพจน์ใหม่เรียกว่า ประพจน์ผสม ในการหาค่าความจริงของประพจน์ผสมต้องพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ย่อยๆ กับตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์นั้น

3. เนื้อหาสาระ

1. การเชื่อมประพจน์
2. ค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อม 1 ตัวเชื่อม

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูทบทวนค่าความเป็นจริงของประพจน์ โดยการซักถาม
2. ครูแจ้งจุดประสงค์ให้นักเรียนทราบ
3. ครูซักถามนักเรียน เกี่ยวกับคำที่เป็นตัวเชื่อมในภาษาไทย สุ่มเรียกนักเรียน ออกมาเขียนบนกระดาน
4. ครูแนะนำตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ 5 ตัวเชื่อม คือ ไม่, และ, หรือ, ถ้า...แล้ว..., ...ก็ต่อเมื่อ... เขียนบนกระดาน
5. นักเรียนร่วมกันอภิปราย จำแนกกลุ่มตัวเชื่อมในภาษาไทยที่นักเรียนเขียนบนกระดานให้เข้ากลุ่มตามตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ ที่มีความหมายเหมือนกัน
6. ครูร่วมตรวจสอบ สรุปผล และแจกใบความรู้ที่ 2 เรื่องการเชื่อมประพจน์ ให้นักเรียน



7. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 3-4 คน ศึกษาใบความรู้ที่ 2 ในเนื้อหา การใช้สัญลักษณ์แทนประพจน์ การเชื่อมประพจน์ และการเปลี่ยนประพจน์ในรูปข้อความเป็นสัญลักษณ์

8. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุป วิธีการเปลี่ยนประพจน์ในรูปข้อความเป็นสัญลักษณ์ พิจารณาตัวอย่างที่ 1 ประกอบ

9. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 1, 2

10. นักเรียนและครูร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัด

11. ให้นักเรียนศึกษา จากใบความรู้ที่ 2 ในเนื้อหา ค่าความจริงของตัวเชื่อม เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูทบทวนตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ โดยการซักถาม นักเรียน

2. ครูและนักเรียนร่วมกันพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ที่เกิดจากการเชื่อม และ, หรือ, ถ้า... แล้ว..., ...ก็ต่อเมื่อ... จากเอกสารแนบแนวทางพร้อมกับพิจารณา ตัวอย่างที่ 2, 3, 4, 5 ในใบความรู้

3. ครู และนักเรียนร่วมกันร้องเพลง “ค่าความจริง” ทำนองเพลง gingle bell

4. ครูและนักเรียนร่วมกันหา นิเสธของประพจน์ และตารางค่าความจริงของนิเสธ โดยพิจารณาจาก ตัวอย่างที่ 6 ในใบความรู้ที่ 2

5. นักเรียนทำแบบฝึกหัด ในแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 3, 4, 5

6. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัด

7. นักเรียนสรุปจดบันทึก

5. สื่อการสอน

1. ใบความรู้ที่ 2

2. เอกสารแนบแนวทางที่ 2

3. แบบฝึกหัดที่ 2

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. การตอบคำถาม และการร่วมอภิปรายสรุปของนักเรียน

2. ตรวจการตอบคำถามในแบบฝึกหัดที่ 2

3. ตรวจการตอบคำถามในเอกสารแนบแนวทางที่ 2

4. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

7. บันทึกหลังสอน

.....

()

ผู้สอน

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....



ใบความรู้ที่ 2

การใช้สัญลักษณ์แทนประพจน์

โดยทั่วไปนิยมใช้สัญลักษณ์ p, q, r, s, \dots แทนประพจน์ เช่น
 ประพจน์ “ $3+9 = 12$ ” เขียนแทนด้วย p
 ประพจน์ “ 5.132 เป็นจำนวนตรรกยะ” เขียนแทนด้วย q
 ประพจน์ “แมวเป็นสัตว์ครึ่งน้ำครึ่งบก” เขียนแทนด้วย r เป็นต้น

การเชื่อมประพจน์

ตัวเชื่อม (Connectives) คือ สิ่งที่ใช้เชื่อมประพจน์สองประพจน์ ซึ่งเป็นการสร้างประพจน์ใหม่
 ตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์มี 5 ตัวเชื่อม ดังตารางนี้

ตัวเชื่อม	ชื่อภาษาอังกฤษ	สัญลักษณ์
ไม่, ไม่ใช่, นิเสธ	Not	\sim
และ	And	\wedge
หรือ	Or	\vee
ถ้า...แล้ว...	If ...then...	\rightarrow
...ก็ต่อเมื่อ...	...If and only if... , iff	\leftrightarrow

ความสำคัญของตัวเชื่อม

ตัวเชื่อมแต่ละตัวมีความสำคัญ (ครอบคลุม) ไม่เท่ากัน ดังนี้

1. “ \sim ” มีความสำคัญน้อยที่สุด
2. “ \wedge, \vee ” มีความสำคัญมากกว่า “ \sim ”
3. “ \rightarrow ” มีความสำคัญมากกว่า “ \wedge, \vee ”
4. “ \leftrightarrow ” มีความสำคัญมากที่สุด

การเปลี่ยนประพจน์ที่เป็นข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์

ในการหาค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมหลายๆ ตัวเชื่อม ต้องเปลี่ยนประพจน์ที่เป็นข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์เสียก่อน จะทำให้หาค่าความเป็นจริงได้ง่ายยิ่งขึ้น



ตัวอย่างที่ 1 การเปลี่ยนประพจน์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ เมื่อกำหนด p, q, r แทนประพจน์ใด ๆ

ประพจน์	สัญลักษณ์ แทนประพจน์
1. $2 \neq -2$ หรือ $3 + 4 = 10$	$p \vee q$
2. ถ้า 8 เป็นจำนวนคู่ แล้ว $\sqrt{8}$ เป็นจำนวนเต็ม	$p \rightarrow q$
3. $2^4 = 4^2$ แต่ $2 \neq 4$	$p \wedge q$
4. $5+6 \neq 6+5$ หรือ $2 < 5$ ก็ต่อเมื่อ $5^2 = 10$	$(p \vee q) \leftrightarrow r$

ข้อสังเกต 1. ในกรณีที่โจทย์ไม่ใส่วงเล็บแยกประพจน์มาให้ เมื่อจะใส่วงเล็บต้องใส่วงเล็บคลุมตัวเชื่อมที่มีความสำคัญน้อยก่อน ตัวเชื่อมที่มีความสำคัญมากกว่า

2. ประพจน์ที่นำมาเชื่อมด้วยตัวเชื่อมต่างๆ เรียกว่า ประพจน์ย่อย (atomic statement)

ค่าความจริงของประพจน์

ค่าความจริงของประพจน์ที่เกิดจากการเชื่อมด้วยตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ มีค่าความจริงดังนี้

1. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “และ” (conjunction)

ถ้า p, q เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่เกิดจากการเชื่อม ด้วยตัวเชื่อม “และ” คือ $p \wedge q$ มีค่าความจริง ดังตาราง

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

สรุป 1. $p \wedge q$ เป็นจริงเพียงกรณีเดียวเท่านั้น คือ $T \wedge T$ เป็น T กรณีอื่นๆ เป็นเท็จหมด

2. ถ้าประพจน์ใดประพจน์หนึ่งเป็น F จะได้ประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “และ” เป็น F คือ $p \wedge F$ เป็น F

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ประพจน์	ค่าความจริง
1. $3 = 6$ และ 3 เป็นจำนวนคู่	F
2. 2 น้อยกว่า 5 แต่ 3 ไม่น้อยกว่า -5	T
3. 4 กับ $1 \in \{1, 2\}$	F
4. 2 และ 5 เป็นตัวประกอบของ 30	T



2. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ หรือ ” (disjunction)

ถ้า p, q เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่เกิดจากการเชื่อม ด้วยตัวเชื่อม “ หรือ ” คือ $p \vee q$ มีค่าความจริงดังตารางนี้

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

สรุป 1. $p \vee q$ เป็นเท็จเพียงกรณีเดียวเท่านั้น คือ $F \vee F$ เป็น F กรณีอื่นๆ เป็นจริงหมด

2. ถ้าประพจน์ใดประพจน์หนึ่งเป็น T จะได้ประพจน์ที่เชื่อมด้วยตัวเชื่อม “ หรือ ” เป็น T คือ $p \vee T$ เป็น T

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ประพจน์	ค่าความจริง
1) -2 หรือ 3 เป็นจำนวนเฉพาะ	T
2) $3^4 = 4^3$ หรือ $3 = 4$	F
3) $\pi = \frac{22}{7}$ หรือ π เป็นจำนวนอตรรกยะ	T
4) $\phi \subset \phi$ หรือไม่ว่า $\{0\} = \phi$	T

3. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ ถ้า...แล้ว...” (conditional)

ถ้า p, q เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่เกิดจากการเชื่อม ด้วยตัวเชื่อม “ ถ้า...แล้ว...” คือ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงดังตาราง

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

สรุป 1. $p \rightarrow q$ เป็นเท็จเพียงกรณีเดียวเท่านั้น คือ $T \rightarrow F$ เป็น F กรณีอื่นๆ เป็นจริงหมด

2. ถ้าประพจน์ตัวหน้าเป็น F จะได้ ตัวเชื่อม “ ถ้า...แล้ว...” เป็น T คือ $F \rightarrow q$ เป็น T

3. ถ้าประพจน์ตัวหลังเป็น T จะได้ ตัวเชื่อม “ ถ้า...แล้ว...” เป็น T คือ $p \rightarrow T$ เป็น T



ตัวอย่างที่ 4 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ประพจน์	ค่าความจริง
1. ถ้า $2=3$ แล้ว $3^2=9$	T
2. ถ้า $\sqrt{3}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ แล้ว $(\sqrt{3})^2 \neq 3$	F
3. $ 3-2 = 1-3 $ ดังนั้น $3-2 \neq 1-3$	T
4. เมื่อ $2 < 4$ จะได้ $2+5 < 4+5$	T

4. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ต่อเมื่อ” (biconditional)

ถ้า p, q เป็นประพจน์ ประพจน์ใหม่ที่เกิดจากการเชื่อม ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ” คือ $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงดังตารางนี้

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

สรุป 1. $p \leftrightarrow q$ เป็นจริง เมื่อประพจน์ตัวหน้ากับตัวหลังมีค่าความจริงเหมือนกัน คือ

$T \leftrightarrow T$ เป็น T

$F \leftrightarrow F$ เป็น T

ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

ประพจน์	ค่าความจริง
1. 3 ไม่น้อยกว่า 4 ก็ต่อเมื่อ 0 ไม่น้อยกว่า -3	F
2. $2 < 3$ ก็ต่อเมื่อ $3 < 2$	F
3. $7+5$ เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 7 เป็นจำนวนคี่	T
4. $5 \in \{1,2,3\}$ ก็ต่อเมื่อ $\{5\} \subset \{1,2,3\}$	T



นิเสธ (Negation) ของประพจน์

นิเสธของประพจน์ p คือ ประพจน์ที่มีใจความเดิม แต่มีค่าความจริงตรงข้ามกับประพจน์เดิม กล่าวคือ ต้องคงประธาน กริยาและกรรม ของประพจน์เดิมไว้ เขียนแทนนิเสธของประพจน์ p ด้วยสัญลักษณ์ $\sim p$ พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 6 จงพิจารณาประพจน์ต่อไปนี้

ประพจน์ p แทน “ นายแดงไปโรงเรียน ”

นิเสธของประพจน์ p คือ $\sim p$

ประพจน์ $\sim p$ แทน “ นายแดงไม่ไปโรงเรียน ”

ประพจน์ q แทน “ 3 น้อยกว่า 5 ”

นิเสธของประพจน์ q คือ $\sim q$

ประพจน์ $\sim q$ แทน “ 3 ไม่น้อยกว่า 5 ” หรือ “ 3 มากกว่าหรือเท่ากับ 5 ”

ประพจน์ r แทน “ สุธีเป็นผู้ชาย ”

นิเสธของประพจน์ r คือ $\sim r$

ประพจน์ $\sim r$ แทน “ สุธีไม่เป็นผู้ชาย ”

ถ้า p แทนประพจน์ นิเสธของประพจน์ p คือ $\sim p$ มีค่าความจริงดังตาราง

p	$\sim p$
T	F
F	T

@@



เอกสารแนะแนวทางที่ 2

ค่าความจริงของประพจน์ที่เกิดจากการเชื่อมประพจน์ด้วย 1 ตัวเชื่อม

1. ค่าความจริงของตัวเชื่อม “และ”

นักเรียนร่วมกันพิจารณาความตั้งใจของนางสาวสุดา ดังนี้

นางสาวสุดา บอกว่า “แฟนของฉันต้องรูปหล่อและร่ำรวย” พบว่า ผู้ชายทุกๆ ไปมีคุณสมบัติตามความตั้งใจของนางสาวสุดา ที่อาจจะเป็นไปได้ดังนี้

นาย ก	รูปหล่อ และร่ำรวย
นาย ข	รูปหล่อ แต่ไม่ร่ำรวย
นาย ค	ไม่หล่อ แต่ร่ำรวย
นาย ง	ไม่หล่อ และไม่ร่ำรวย

ถามว่า ผู้ชายคนใด จะได้รับการเลือกจาก นางสาวสุดา

นักเรียนร่วมกันสรุปค่าความจริงของตัวเชื่อม “และ” ลงในตาราง เมื่อ p แทน รูปหล่อ q แทน ร่ำรวย

บุคคล	p	q	$p \wedge q$
นาย ก	T	T	
นาย ข	T	F	
นาย ค	F	T	
นาย ง	F	F	

2. ค่าความจริงของตัวเชื่อม “หรือ”

นักเรียนร่วมกันพิจารณาความตั้งใจของ นางสาวสุดา ดังนี้

นางสาวสุดาบอกว่า “แฟนของฉันต้องรูปหล่อหรือร่ำรวย”

ถามว่า ผู้ชายคนใด ในข้อ 1 จะได้รับการเลือกจากนางสาวสุดา

นักเรียนร่วมกันสรุปค่าความจริงของตัวเชื่อม “หรือ” ลงในตาราง เมื่อ p แทน รูปหล่อ q แทน ร่ำรวย



บุคคล	p	q	$p \vee q$
นาย ก			
นาย ข			
นาย ค			
นาย ง			

3. ค่าความจริงของตัวเชื่อม “ถ้า... แล้ว...”

นักเรียนร่วมกันพิจารณาข้อความที่มีเงื่อนไขต่อไปนี้

คุณครูสุดาบอกนักเรียนว่า “ถ้านักเรียนมาโรงเรียนในวันเสาร์นี้ นักเรียนต้องสวมชุดพละ” เหตุการณ์ที่อาจจะเป็นไปได้ ดังนี้

ค.ช. ก มาโรงเรียนในวันเสาร์โดยแต่งตัวด้วยชุดพละ

ค.ช. ก มาโรงเรียน ในวันเสาร์โดยไม่แต่งตัวด้วยชุดพละ

ให้นักเรียนเติมกรณีอื่นๆ ที่แตกต่าง

.....
.....

ถามว่า ค.ช. ก ปฏิบัติแบบใดจึงถูกต้องตามเงื่อนไขที่คุณครูสุดาบอก

นักเรียนร่วมกันสรุปค่าความจริงของตัวเชื่อม “ ถ้า...แล้ว...” ลงในตาราง เมื่อ p แทน
ก. มาโรงเรียน q แทน ก. สวมชุดพละ

p	q	$p \rightarrow q$

5. ค่าความจริงของตัวเชื่อม “...ก็ต่อเมื่อ...”

ค่าความจริงของประพจน์ p ก็ต่อเมื่อ q มีความหมายเช่นเดียวกับ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
มีค่าความจริงตามตารางต่อไปนี้



p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

นักเรียนร่วมกันสรุปค่าความจริงของตัวเชื่อม “...ก็ต่อเมื่อ...” ลงในตาราง

p	q	$p \leftrightarrow q$

เพลงค่าความจริง	
	ทำนอง จิงเกิ้ลเบล
p เป็นจริง q เป็นจริง สามวิธีอื่นไม่จริง	p และ q เป็นจริง จงจำไว้ให้ตึนนะ
p ไม่จริง q ไม่จริง สามวิธีอื่นต้องจริง	p หรือ q ไม่จริง จำไว้เถิด คนดี
ถ้า p แล้ว q ไม่จริง ตัว q ไม่จริงแน่แท้	p นั้น ต้องจริงแน่ โอ โอ้ แก้วตาจงจำ
p เป็นจริง q เป็นจริง p ไม่จริง q ไม่จริง	p iff q เป็นจริง p iff q ต้องจริง เฮ้!

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@



แบบฝึกหัดที่ 2

1. จากตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์ จงหาตัวเชื่อมในภาษาไทยที่มีความหมายเหมือนกัน เติมลงในตารางข้างล่างนี้

ตัวเชื่อมทางตรรกศาสตร์	คำที่มีความหมายเหมือนกัน
ไม่
และ
หรือ
ถ้า...แล้ว...
ก็ต่อเมื่อ

2. จงเปลี่ยนประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัญลักษณ์

ประพจน์	สัญลักษณ์แทนประพจน์
1. $3 = 5$ และ 3 เป็นจำนวนคี่
2. $7+3 < 10$ แต่ $10 > -15$
3. 7 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 49 = 0$ ดังนั้น 7 เป็นจำนวนเต็ม
4. ถ้า $3 > 4$ แล้ว $3 - 4 < 4 - 3$
5. 12 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 2 หาร 12 ลงตัว
6. 2 หรือ -3 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 5x - 14 = 0$
7. $3 = 5$ และ 3 เป็นจำนวนคู่ ดังนั้น 5 เป็นจำนวนคู่
8. $-23 < 0$ ก็ต่อเมื่อ -23 หรือ 0 เป็นจำนวนเฉพาะ
9. 7 ไม่ใช่จำนวนนับ ก็ต่อเมื่อ $7 > 2$ แล้ว $-3 > 3$
10. $ -10 = 10 $ และ $10 < -10$ ก็ต่อเมื่อ 2 หรือ -2 เป็นตัวประกอบของ 10

3. จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

1) $3 = 5$ และ 3 เป็นจำนวนคี่

วิธีทำ $F \wedge T = F$

2) $7+3 < 10$ แต่ $10 > -15$

วิธีทำ.....

3) 7 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 49 = 0$ ดังนั้น 7 เป็นจำนวนเต็ม

วิธีทำ.....

4) ถ้า $3 > 4$ แล้ว $3 - 4 < 4 - 3$

วิธีทำ.....



5) 12 เป็นจำนวนคู่ ก็ต่อเมื่อ 2หาร 12 ลงตัว

วิธีทำ.....

6) 2 หรือ -3 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 5x - 14 = 0$

วิธีทำ.....

7) 3 เป็นจำนวนคู่ ดังนั้น 5 เป็นจำนวนคู่

วิธีทำ.....

8) $-23 < 0$ ก็ต่อเมื่อ -23 เป็นจำนวนเฉพาะ

วิธีทำ.....

9) 7 ไม่ใช่จำนวนนับ แล้วจะได้ $7 > 2$

วิธีทำ.....

10) 2 หรือ -2 เป็นตัวประกอบของ 10

วิธีทำ.....

4. จงหานิเสธของประพจน์ต่อไปนี้

- 1) 2 เท่ากับ -3 มีนิเสธ คือ.....
- 2) $3 - 5 < 8$ มีนิเสธ คือ.....
- 3) 3^2 เป็นจำนวนคู่ มีนิเสธ คือ.....
- 4) -15 มากกว่า 4 มีนิเสธ คือ.....
- 5) 7 ไม่เป็นจำนวนคู่ มีนิเสธ คือ.....
- 6) เดือนมกราคมมี 31 วัน มีนิเสธ คือ.....
- 7) วิมลสวมเสื้อสีขาว มีนิเสธ คือ.....

5. จงเติมค่าความจริงของประพจน์ลงในช่องว่างต่อไปนี้ เมื่อกำหนด p, q, r เป็นประพจน์ใด ๆ

- 1) ถ้า $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว p มีค่าความจริงเป็น..... q มีค่าความจริงเป็น.....
- 2) ถ้า $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว p มีค่าความจริงเป็น..... q มีค่าความจริงเป็น.....
- 3) ถ้า $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว p มีค่าความจริงเป็น..... q มีค่าความจริงเป็น.....
- 4) ถ้า $p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว p มีค่าความจริงเป็น..... q มีค่าความจริงเป็น.....
- 5) ถ้า p มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็น.....
- 6) ถ้า p มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว $p \vee q$ มีค่าความจริงเป็น.....
- 7) ถ้า p มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็น.....
- 8) ถ้า q มีค่าความจริงเป็นจริง แล้ว $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็น.....
- 9) ถ้า $p \wedge q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ p มีค่าความจริงเป็นจริง ดังนั้น q มีค่าความจริงเป็น.....



ชั่วโมงที่ 2

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาค้นคว้า จากหนังสือคู่มือเพิ่มเติม เรื่องการหาค่าความจริงของประพจน์
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอผลสรุปเนื้อหาของกลุ่มเกี่ยวกับการหาค่าความจริงของประพจน์
ในรูปแบบแผนที่ความคิดลงในกระดาษ A4 และนำไปติดบอร์ดในชั้นเรียน
3. นักเรียนแต่ละคนชมผลงานของเพื่อนๆ จับบันทึก
4. ครู และนักเรียนร่วมกันสรุปอีกครั้งหนึ่ง
5. นักเรียนทำแบบทดสอบ เรื่องประพจน์และการหาค่าความจริงของประพจน์
6. เฉลยคำตอบ

5. แหล่งการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 3
2. แบบฝึกหัดที่ 3
3. หนังสือคู่มือ

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. ดูการตอบคำถาม และร่วมอภิปรายสรุปของนักเรียน
2. ตรวจการตอบ ในแบบฝึกหัด
3. ตรวจผลงานแผนที่ความคิดของแต่ละกลุ่ม
4. หนังสือเรียนสาระเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

7. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

()

ผู้สอน

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....



ใบความรู้ที่ 3

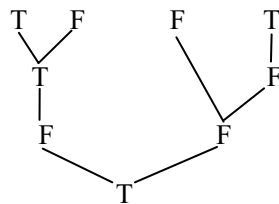
ค่าความเป็นจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมมากกว่าหนึ่งตัวเชื่อม

การหาค่าความเป็นจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมหลายๆ ตัวเชื่อม จะต้องรู้ค่าความเป็นจริงของประพจน์ย่อยๆ แล้วหาค่าความจริงของประพจน์ผสม โดยหาค่าความจริงที่อยู่ในวงเล็บก่อน จากนั้นหาค่าความจริงตามลำดับความสำคัญของตัวเชื่อม คือ “ \sim ”, “ \wedge ”, “ \vee ”, “ \rightarrow ”, “ \leftrightarrow ”

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ p, q เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง r, s เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ ใช้ตอบข้อ (1),(2)

(1) จงหาค่าความจริงของประพจน์ $\sim(p \vee s) \rightarrow (r \leftrightarrow \sim p)$

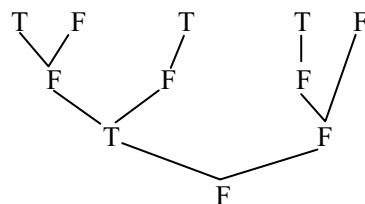
วิธีทำ $\sim(p \vee s) \rightarrow (r \leftrightarrow \sim p)$



ตอบ

(2) $[(p \leftrightarrow r) \wedge \sim q] \rightarrow (\sim p \vee \sim s)$

วิธีทำ $[(p \leftrightarrow r) \leftrightarrow \sim q] \rightarrow (\sim p \vee \sim s)$



ตอบ

(3) ถ้า $1+3 < 5$ และ $5 > 9$ ดังนั้น $2^0 = 1$ หรือ $1^{-5} = 1$

วิธีทำ

1) หาค่าความจริงของประพจน์ย่อย

ให้ p แทนประพจน์ “ $1+3 < 5$ ” มีค่าความจริงเป็น T

ให้ q แทนประพจน์ “ $5 > 9$ ” มีค่าความจริงเป็น F

ให้ r แทนประพจน์ “ $2^0 = 1$ ” มีค่าความจริงเป็น T

ให้ s แทนประพจน์ “ $1^{-5} = 1$ ” มีค่าความจริงเป็น T

2) เปลี่ยนโจทย์เป็นสัญลักษณ์ จะได้ $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$ มีค่าความจริงเป็น T **ตอบ**

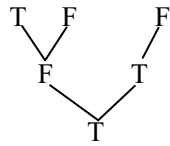


แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ เมื่อกำหนด p, q มีค่าความจริงเป็นจริง r, s มีค่าความจริงเป็นเท็จ

(1) $(p \wedge s) \rightarrow \sim r$

วิธีทำ $(p \wedge s) \rightarrow \sim r$



(5) $(p \vee \sim q) \wedge [(p \rightarrow (r \leftrightarrow q))]$

.....

(2) $(p \vee r) \rightarrow (q \wedge s)$

.....

(6) $[(p \rightarrow q) \wedge \sim r] \leftrightarrow (q \vee r) \wedge p$

.....

(3) $(r \rightarrow \sim s) \leftrightarrow (p \leftrightarrow s)$

.....

(7) $[(p \rightarrow s) \vee r] \rightarrow [\sim p \vee (\sim r \leftrightarrow s)]$

.....

(4) $\sim(p \vee r) \leftrightarrow (\sim q \wedge \sim s)$

.....

(8) $\sim(r \leftrightarrow \sim s) \vee \sim[\sim q \rightarrow (\sim s \wedge p)]$

.....



7. นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ครูแจกให้แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากเอกสารแบบฝึกที่ครูแจกให้

ชั่วโมงที่ 2

1. นักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบในแบบฝึกหัด
2. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 3-4 กลุ่ม ร่วมกันตั้งโจทย์ เพื่อจะสร้างตารางค่าความจริง โดยให้มีประพจน์ย่อยไม่เกิน 4 ประพจน์ กี่ตัวเชื่อมก็ได้ กลุ่มละ 2 ข้อ
3. นักเรียนแต่ละกลุ่ม ร่วมกันสร้างตารางค่าความจริงจากโจทย์ที่นักเรียน กลุ่มอื่นกำหนด โดยสลับเปลี่ยนโจทย์กันทำ
4. นักเรียนแลกเปลี่ยนกันตรวจคำตอบโดยให้กลุ่มผู้ออกโจทย์เป็นผู้ตรวจ หากข้อใดผิด ให้แจ้งกลุ่มที่ทำโจทย์เพื่อแก้ไขความถูกต้อง
5. นักเรียนทำแบบฝึกเพิ่มเติมจากหนังสือคู่มือ

5. แหล่งการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 4
2. แบบฝึกหัดที่ 4
3. หนังสือคู่มือ
4. หนังสือเรียนสาระเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. การตอบคำซักถาม และร่วมสรุปกรณีที่เกิดขึ้นได้ทั้งหมด และการร่วมกันสร้างตารางค่าความจริง
2. ตรวจผลจากแบบฝึกหัด
3. ตรวจผลงานการสร้างโจทย์ของแต่ละกลุ่ม และผลการทำโจทย์ที่กลุ่มเพื่อนกำหนด

7. บันทึกหลังสอน

.....

()

ผู้สอน

กิจกรรมเสนอแนะ

.....



ใบความรู้ที่ 4

ตารางค่าความจริงของประพจน์ (Truth table)

การหาค่าความจริงของประพจน์ โดยที่โจทย์ไม่บอกค่าความจริงของประพจน์ย่อยๆ มาให้ เราต้องพิจารณาค่าความจริงที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมดจากประพจน์ย่อยๆ เหล่านั้น วิธีที่นิยมใช้คือการสร้างตารางค่าความจริง

ตารางที่แสดงค่าความจริงที่เป็นไปได้ทั้งหมด ค่าความจริงในตารางจะมีกี่กรณีนั้นขึ้นอยู่กับจำนวนของประพจน์ย่อยๆ ดังนี้

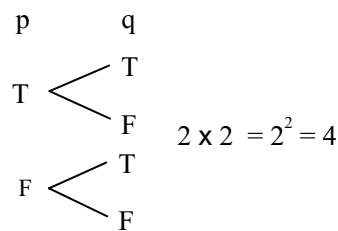
- (1) ถ้ามีประพจน์ย่อย 1 ประพจน์ จะได้ค่าความจริงที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมด 2 กรณี คือ

p
T
F

- (2) ถ้ามีประพจน์ย่อย 2 ประพจน์ จะได้ค่าความจริงที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมด 4 กรณี คือ

p	q
T	T
T	F
F	T
F	F

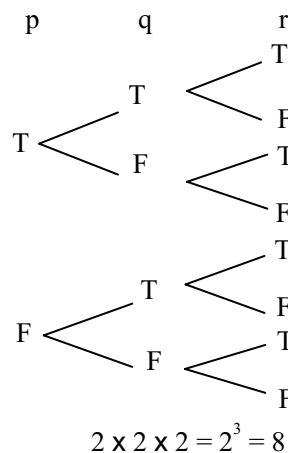
จากแผนภาพต้นไม้ (tree diagram)



- (3) ถ้ามีประพจน์ย่อย 3 ประพจน์ จะได้ค่าความจริงที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมด 8 กรณี คือ

p	q	r
T	T	T
T	T	F
T	F	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F
F	F	T
F	F	F

จากแผนภาพต้นไม้



ฉะนั้น ถ้ามีประพจน์ย่อย n ประพจน์ จะได้ค่าความจริงที่เกิดขึ้นได้ทั้งหมด 2^n กรณี การสร้างตารางค่าความจริง เป็นการหาค่าความจริงของประพจน์ทุกๆ กรณีที่เป็นไปได้



ตัวอย่าง 1 จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

(1) $p \rightarrow (q \vee \sim p)$

วิธีทำ ประพจน์ $p \rightarrow (q \vee \sim p)$ มีประพจน์ย่อย 2 ประพจน์ ค่าความจริงที่เป็นไปได้ทั้งหมด 4 กรณี สามารถสร้างตารางดังนี้

p	q	$\sim p$	$q \vee \sim p$	$p \rightarrow (q \vee \sim p)$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

(2) $(p \vee \sim q) \leftrightarrow \sim (r \wedge q)$

วิธีทำ ประพจน์ $(p \vee \sim q) \leftrightarrow \sim (r \wedge q)$ มีประพจน์ย่อย 3 ประพจน์ ค่าความจริงที่เป็นไปได้ทั้งหมด 8 กรณี สามารถสร้างตารางดังนี้

p	q	r	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$r \wedge q$	$\sim (r \wedge q)$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow \sim (r \wedge q)$
T	T	T	F	T	T	F	F
T	T	F	F	T	F	T	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	T	T	F	T	T
F	T	T	F	F	T	F	T
F	T	F	F	F	F	T	F
F	F	T	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	F	T	T

@@



แบบฝึกหัดที่ 4

จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้

(1) $\sim(p \vee q) \rightarrow (q \wedge p)$

วิธีทำ สร้างกรณีที่เป็นไปได้ 4 กรณี ดังนี้

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$q \wedge p$	$\sim(p \vee q) \rightarrow (q \wedge p)$
T	T				
T	F				
F	T				
F	F				

(2) $(q \rightarrow r) \leftrightarrow [(r \vee \sim q) \rightarrow \sim r]$

วิธีทำ สร้างกรณีที่เป็นไปได้ 4 กรณี ดังนี้

q	r	
T	T	
T	F	
F	T	
F	F	

(3) $[(p \wedge q) \leftrightarrow r] \vee [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

วิธีทำ สร้างกรณีที่เป็นไปได้ 8 กรณี ดังนี้

p	q	r	
T	T	T	
T	T	F	
T	F	T	
T	F	F	
F	T	T	
F	T	F	
F	F	T	
F	F	F	



(4) $(p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow \sim p)$

p	q	

(5) $(p \rightarrow q) \rightarrow r \leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

p	q	r	

(6) $(r \leftrightarrow s) \rightarrow \sim s \vee \sim (s \leftrightarrow \sim r)$

r	s	

(7) $(\sim A \vee B) \leftrightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$

A	B	

@@



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

เรื่อง **สังจันันตร์ สมมูล นิเสธของประพจน์**
วิชา คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
เวลา 4 ชั่วโมง

@@

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ **สังจันันตร์ สมมูล** หรือ**นิเสธของประพจน์** และสามารถตรวจสอบการเป็น**สังจันันตร์ สมมูล** หรือ**นิเสธของประพจน์**ได้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สรุปลความหมายการเป็น**สังจันันตร์ สมมูล**หรือ**นิเสธของประพจน์**ได้
2. ตรวจสอบการเป็น**สังจันันตร์ สมมูล**หรือ**นิเสธของประพจน์**ได้
3. บอกรูปแบบของประพจน์ที่เป็น**สังจันันตร์ สมมูล**หรือ**นิเสธ**ที่ควรจำได้
4. นำรูปแบบของประพจน์ที่เป็น**สังจันันตร์ สมมูล**หรือ**นิเสธ**ไปใช้ในการตรวจสอบประพจน์อื่นๆ
5. ตรวจสอบการเป็น**สังจันันตร์ สมมูล**หรือ**นิเสธของประพจน์**ที่อยู่ในรูปข้อความได้

2. แนวความคิดหลัก (สาระสำคัญ)

สังจันันตร์ คือ ประพจน์ที่มีรูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี รูปแบบของประพจน์ที่เป็น**สังจันันตร์**สามารถนำไปใช้ตรวจสอบการสมเหตุสมผลได้

สมมูล คือ รูปแบบของประพจน์ 2 ประพจน์ที่มีค่าความจริงตรงกันกรณีต่อกรณี ประพจน์ที่สมมูลกันจะใช้แทนกันได้

นิเสธ คือ รูปแบบประพจน์ 2 ประพจน์ ที่มีค่าความจริงตรงข้ามกันทุกกรณี

3. เนื้อหาสาระ

1. การเป็น**สังจันันตร์**ของประพจน์
2. การ**สมมูลกัน**ของประพจน์
3. การเป็น**นิเสธ**ของประพจน์

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. นักเรียนร่วมกันร้องเพลงค่าความจริง
2. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 3 คน ครูแจกบทเรียนหน้าเดียว เรื่อง **สังจันันตร์, สมมูล, นิเสธ** กลุ่มละ 1 ชุด

ชุด นักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้รับบทเรียนคนละ 1 เรื่อง



3. ให้นักเรียนที่ได้รับบทเรียนหน้าเดียวเรื่องเดียวกันมาเข้ากลุ่มเดียวกันเพื่อศึกษาบทเรียนเรื่องนั้นๆ และร่วมกันอภิปรายจนเข้าใจถึงวิธีการตรวจสอบโดยการสร้างตารางค่าความจริง กลุ่มใดที่ไม่เข้าใจ ครูให้คำแนะนำ นักเรียนร่วมกันสรุปผลหรือความรู้ที่ได้จากการร่วมกันศึกษา และตอบคำถามท้ายบทเรียนหน้าเดียวและร่วมกันเฉลยคำตอบ

ชั่วโมงที่ 2

1. นักเรียนกลับเข้ากลุ่มเดิม ผลัดเปลี่ยนกันอธิบายในเนื้อหาที่ตนเข้าใจให้เพื่อนในกลุ่มเข้าใจด้วย
2. ครูแจกใบความรู้ให้นักเรียน นักเรียนในกลุ่มศึกษาเนื้อหาจากใบความรู้ในเรื่อง **สังนิรันดร์**
3. ครูซักถามนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการตรวจสอบการเป็นสังนิรันดร์วิธีที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ
4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 จากตัวอย่างในใบความรู้ แนะนำวิธีการคิดวิเคราะห์ หากนักเรียนยังไม่เข้าใจ ครูยกตัวอย่างประกอบจนนักเรียนเข้าใจทุกคน
5. นักเรียนแต่ละกลุ่มกำหนดประพจน์ผสมกลุ่มละ 1 ประพจน์ ออกมาเขียนบนกระดานดำ
6. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตรวจสอบการเป็นสังนิรันดร์จากโจทย์ที่บนกระดานดำ
7. ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบ
8. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาค้นคว้าจากหนังสือคู่มือเพิ่มเติมและให้นักเรียนแต่ละคนรวบรวมรูปแบบประพจน์ที่เป็นสังนิรันดร์ที่ค้นคว้าได้เขียนลงในกระดาษ A4 ส่งครูเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

1. นักเรียนร่วมกันศึกษาเรื่อง สมมูล และนิเสธของประพจน์จากใบความรู้
2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายวิธีการตรวจสอบการสมมูล หรือนิเสธของประพจน์ พร้อมกับยกตัวอย่างที่ 3, 4 ประกอบ หากนักเรียนไม่เข้าใจ ยกตัวอย่างเพิ่มเติมจนนักเรียนเข้าใจ
3. นักเรียนร่วมกันกำหนดประพจน์ผสมที่มี 2 ประพจน์ 1 ตัวเชื่อม เขียนบนกระดาน 5 ประพจน์
4. นักเรียนร่วมกันตรวจสอบประพจน์แต่ละคู่ว่าประพจน์คู่ใดสมมูลกัน ประพจน์คู่ใดเป็นนิเสธกันและร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง
5. นักเรียนสรุปรวบรวมประพจน์คู่ที่สมมูลกัน และคู่ที่เป็นนิเสธกัน โดยจดบันทึก

ชั่วโมงที่ 4

1. ครูยกตัวอย่าง รูปแบบประพจน์ที่อยู่ในรูปข้อความเขียนลงบนกระดาน
2. นักเรียนร่วมกันตรวจสอบการเป็นสังนิรันดร์ สมมูล หรือนิเสธ
3. นักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนวิธีการตรวจสอบ ยกตัวอย่างประกอบอีกครั้งหนึ่ง
4. นักเรียนร่วมกันทำแบบฝึกหัดในเอกสารแบบฝึกหัด
5. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ
6. นักเรียนทำแบบทดสอบ



5. แหล่งการเรียนรู้

1. บทเรียนหน้าเดียวเรื่องสังจันันคร์ สมมูล นิเสธ
2. ใบความรู้ที่ 5
3. หนังสือคู่มือ
4. แบบฝึกหัดที่ 5
5. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. การตอบคำซักถาม การร่วมอภิปรายทำงานกลุ่ม
2. การร่วมกันศึกษาค้นคว้าจากหนังสือคู่มือ
3. ตรวจสอบงานรูปแบบการเป็นสังจันันคร์ในกระดาษ A4 ของนักเรียน
4. ตรวจสอบการตอบคำถามในแบบฝึกหัดของนักเรียน
5. ตรวจสอบแบบทดสอบ

7. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

()
ผู้สอน

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....



ใบความรู้ที่ 5

สัจนิรันดร์ (Tautology)

สัจนิรันดร์ คือรูปแบบของประพจน์ซึ่งมีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี

วิธีการตรวจสอบการเป็นสัจนิรันดร์ของประพจน์

1. สร้างตารางค่าความจริง
2. การสมมุติข้อขัดแย้ง

ตัวอย่างที่ 1 ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

วิธีทำที่ (1) ตรวจสอบโดยสร้างตารางค่าความจริง

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)]$	$p \rightarrow r$	$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

จากตารางพบว่า ค่าความจริงขั้นสุดท้ายของประพจน์เป็นจริงทุกกรณี

ดังนั้นประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ เป็นสัจนิรันดร์

วิธีทำที่ (2) ตรวจสอบโดยการสมมุติข้อขัดแย้ง

วิธีนี้ ใช้ตรวจสอบว่าประพจน์นั้นๆ มีโอกาสเกิดเท็จได้หรือไม่ ถ้าเกิดเท็จได้ก็แสดงว่าประพจน์นั้นไม่เป็นสัจนิรันดร์

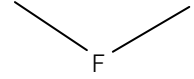
โดยสมมุติให้ประพจน์นั้นมีค่าความจริงเป็น F จากนั้นวิเคราะห์หาค่าความจริงของประพจน์ย่อยๆ เพื่อดูว่าค่าความจริงของประพจน์ขัดแย้งกันหรือไม่

ถ้าขัดแย้งกันแสดงว่า ไม่มีทางเกิดเท็จได้ ประพจน์นั้นก็เป็นสัจนิรันดร์

ถ้าไม่ขัดแย้งกันแสดงว่า มีทางเกิดเท็จได้ ประพจน์นั้นก็ไม่เป็นสัจนิรันดร์

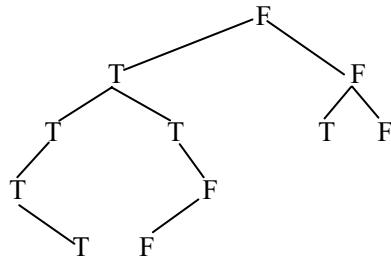


จากประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ สมมุติให้ประพจน์นี้มีค่าความจริงเป็น F
จะได้ $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$



วิเคราะห์หาค่าความจริงของประพจน์ย่อยๆ เพื่อดูว่าค่าความจริงของประพจน์ขัดแย้งกันหรือไม่

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$



พบว่า ค่าความจริงของประพจน์ q เป็นทั้ง T กับ F แสดงว่าขัดแย้งกันจึงไม่มีทางเกิดเท็จได้ ดังนั้น
ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ เป็นสัจนิรันดร์

สมมูล นิเสธ ของประพจน์

รูปแบบประพจน์ที่สมมูลกัน ประพจน์ 2 ประพจน์จะสมมูลกัน เมื่อประพจน์ทั้งสอง
มีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี ใช้สัญลักษณ์ “ \equiv ” แทนสมมูล

รูปแบบประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน ประพจน์ 2 ประพจน์จะเป็นนิเสธกัน เมื่อประพจน์ทั้งสองมีค่า
ความจริงตรงข้ามกันทุกกรณี ใช้สัญลักษณ์ “ \sim ” แทนนิเสธ

วิธีการตรวจสอบการสมมูล หรือนิเสธ ของประพจน์

วิธีการตรวจสอบการสมมูลหรือนิเสธของประพจน์ 2 ประพจน์ทำได้โดยสร้างตารางค่าความจริง

ตัวอย่างที่ 2 จงตรวจสอบว่าประพจน์ $\sim p \rightarrow q$ สมมูลกับประพจน์ $p \vee q$ หรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริง ได้ 4 กรณี

p	q	$\sim p$	$\sim p \rightarrow q$	$p \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	F	T	F	F

จากตารางค่าความจริงของประพจน์ $\sim p \rightarrow q$ กับประพจน์ $p \vee q$ พบว่ามีค่าความจริงกรณีต่อกรณี
เหมือนกันทุกกรณี ดังนั้น ประพจน์ $\sim p \rightarrow q$ สมมูลกับประพจน์ $p \vee q$



ตัวอย่างที่ 3 จงตรวจสอบว่าประพจน์ $\sim p \rightarrow q$ เป็นนิเสธกับประพจน์ $\sim p \wedge \sim q$ หรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริง ได้ 4 กรณี

p	q	$\sim p$	$\sim p \rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	T	F	F
T	F	F	T	T	F
F	T	T	T	F	F
F	F	T	F	T	T

จากตารางค่าความจริงของประพจน์ $\sim p \rightarrow q$ กับประพจน์ $\sim p \wedge \sim q$ พบว่ามีค่าความจริงกรณีต่อกรณีตรงข้ามกันทุกกรณี ดังนั้นประพจน์ $\sim p \rightarrow q$ เป็นนิเสธกับประพจน์ $\sim p \wedge \sim q$

หมายเหตุ การตรวจสอบการเป็น สัจนิรันดร์ สมมูล หรือ นิเสธ ของประพจน์ที่อยู่ในรูปข้อความให้เปลี่ยนประพจน์ที่อยู่ในรูปข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ แล้วตรวจสอบการเป็น สัจนิรันดร์ สมมูล หรือ นิเสธ สัญลักษณ์ นั้นๆ

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน

- $\sim(\sim p) \equiv p$
- $p \wedge q \equiv q \wedge p$
- $p \vee q \equiv q \vee p$
- $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$
- $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
- $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
- $p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r) \equiv (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$
- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
- $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
- $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
- $\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$
- $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow \sim q$
- $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$



บทเรียนหน้าเดียว เรื่อง สัจนิรันดร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถตรวจสอบการเป็นสัจนิรันดร์และระบุประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ได้

สัจนิรันดร์ (Tautology)

สัจนิรันดร์ คือ รูปแบบของประพจน์ซึ่งมีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี

วิธีการตรวจสอบว่าประพจน์ใดเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ ทำได้วิธีหนึ่งคือการสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์นั้น แล้วพิจารณาค่าความจริงของประพจน์นั้น ต้องเป็นจริงทุกๆ กรณี

ตัวอย่างที่ 1 ประพจน์ $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริง

p	q	$p \wedge q$	$p \rightarrow q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

จากตารางพบว่า ค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ เป็นจริงทุกกรณี

ดังนั้นประพจน์ $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่างที่ 2 ประพจน์ $(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (q \vee p)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริง

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$q \vee p$	$(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (q \vee p)$
T	T	F	F	T	
T	F	T	T	T	
F	T	F	F	T	
F	F	T	F	F	

จากตารางพบว่า ค่าความจริงของประพจน์ $(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (q \vee p)$ เป็นจริงบ้างเท็จบ้าง

ดังนั้นประพจน์ $(p \wedge \sim q) \leftrightarrow (q \vee p)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

คำถาม จงตรวจสอบประพจน์ต่อไปนี้เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

- $(p \wedge q) \rightarrow p$
- $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$
- $(p \leftrightarrow q) \vee (p \rightarrow q)$
- $\sim(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$



บทเรียนหน้าเดียว เรื่อง สมมูล

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถตรวจสอบสมมูลกันของประพจน์และระบุประพจน์ที่สมมูลกันได้

สมมูล (Equivalent forms)

สมมูล คือ รูปแบบของประพจน์สองประพจน์ซึ่งมีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี

วิธีการตรวจสอบว่าประพจน์สองประพจน์สมมูลกันหรือไม่ ทำได้วิธีหนึ่งคือการสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์นั้น แล้วพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ทั้งสองนั้น ต้องมีค่าความจริงเหมือนกันทุกๆกรณี

ตัวอย่างที่ 1 ประพจน์ $\sim(p \rightarrow q)$ สมมูลกับ $p \wedge \sim q$ หรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริง

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	F

จากตารางพบว่า ค่าความจริงของประพจน์ $\sim(p \rightarrow q)$ เหมือนกับ $p \wedge \sim q$ ทุกกรณี

ดังนั้นประพจน์ $\sim(p \rightarrow q)$ สมมูลกับ $p \wedge \sim q$

ตัวอย่างที่ 2 ประพจน์ $p \rightarrow q$ สมมูลกับ $q \rightarrow p$ หรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริง

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

จากตารางพบว่า ค่าความจริงของประพจน์ $p \rightarrow q$ เหมือนกับ $q \rightarrow p$ ไม่ทุกกรณี

ดังนั้นประพจน์ $p \rightarrow q$ ไม่สมมูลกับ $q \rightarrow p$

คำถาม จงตรวจสอบประพจน์ต่อไปนี้สมมูลกันหรือไม่

1. $p \wedge q$ กับ $p \vee q$

2. $p \rightarrow q$ กับ $\sim q \rightarrow \sim p$

3. $p \leftrightarrow q$ กับ $\sim p \wedge q$

4. $\sim(p \vee q)$ กับ $\sim p \wedge \sim q$



บทเรียนหน้าเดียว เรื่องนิเสธ

จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนสามารถตรวณิเสธของประพจน์และระบุประพจน์ที่เป็นนิเสธกันได้

นิเสธ (Negation)

นิเสธ คือ รูปแบบของประพจน์สองประพจน์ซึ่งมีค่าความจริงต่างกันทุกกรณี

วิธีการตรวจสอบว่าประพจน์สองประพจน์เป็นนิเสธกันหรือไม่ ทำได้วิธีหนึ่งคือการสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์นั้น แล้วพิจารณาค่าความจริงของประพจน์ทั้งสองนั้น ต้องมีค่าความจริงต่างกันทุกกรณี

ตัวอย่างที่ 1 ประพจน์ $p \rightarrow q$ เป็นนิเสธกับ $p \wedge \sim q$ หรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริง

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
T	T	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	F	T	T	F

จากตารางพบว่า ค่าความจริงของประพจน์ $p \rightarrow q$ ต่างกับ $p \wedge \sim q$ ทุกกรณี

ดังนั้นประพจน์ $p \rightarrow q$ เป็นนิเสธกับ $p \wedge \sim q$

ตัวอย่างที่ 2 ประพจน์ $p \vee q$ เป็นนิเสธกับ $q \rightarrow p$ หรือไม่

วิธีทำ สร้างตารางค่าความจริง

p	q	$p \vee q$	$q \rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	F
F	F	F	T

จากตารางพบว่า ค่าความจริงของประพจน์ $p \vee q$ ต่างกับ $q \rightarrow p$ ไม่ทุกกรณี

ดังนั้นประพจน์ $p \vee q$ ไม่เป็นนิเสธกับ $q \rightarrow p$

คำถาม จงตรวจสอบประพจน์ต่อไปนี้เป็นนิเสธกันหรือไม่

1. $p \wedge q$ กับ $\sim p \vee \sim q$

2. $p \rightarrow \sim q$ กับ $q \wedge p$

3. $p \leftrightarrow q$ กับ $\sim p \wedge q$

4. $\sim(p \wedge q)$ กับ $p \vee q$



แบบฝึกหัดที่ 5

(1) จงตรวจสอบประพจน์ $p \rightarrow (\sim p \vee q)$ กับประพจน์ $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$ สมมูลกันหรือเป็นนิเสธกัน (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) จงตรวจสอบประพจน์ $(p \rightarrow q) \vee (p \wedge \sim q)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(3) จงเขียนสัญลักษณ์แทนประพจน์และหานิเสธ จากประพจน์ที่กำหนดให้ ดังนี้

2.1 $3 < 5$ หรือ 7 เป็นจำนวนตรรกยะ

สัญลักษณ์แทนประพจน์.....

นิเสธ.....

2.2 $4 \notin \{1, 2, 3\}$ และ $\{4\} \subset \{1, 2, 3\}$

สัญลักษณ์แทนประพจน์.....

นิเสธ.....

2.3 ถ้า $x < 10$ และ $x > 7$ แล้ว $x + 5 = 12$

สัญลักษณ์แทนประพจน์.....

นิเสธ.....



(4) จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $\sim(p \wedge q)$ สมมูลกับ $\sim q \wedge \sim p$

ค. $p \vee (q \wedge r)$ สมมูลกับ $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

ข. $p \rightarrow q$ สมมูลกับ $\sim q \rightarrow \sim p$

ง. $p \leftrightarrow q$ สมมูลกับ $q \leftrightarrow p$

2. ประพจน์ใดสมมูลกับประพจน์ $p \vee \sim q$

ก. $q \rightarrow p$

ค. $p \wedge \sim q$

ข. $p \rightarrow q$

ง. $q \wedge \sim p$

3. ข้อใดเป็นสัจนิรันดร์

ก. $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \vee q)$

ค. $p \rightarrow q \leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$

ข. $(p \wedge q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \wedge r)$

ง. $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

4. ข้อใดเป็นนิเสธของประพจน์ “ ถ้า $a^2 < b^2$ แล้ว $a = b$ หรือ $a < b$ ”

ก. $a^2 < b^2$ และ $a \neq b$ หรือ $a \geq b$

ค. $a^2 < b^2$ หรือ $a \neq b$ และ $a \geq b$

ข. $a^2 < b^2$ และ $a \neq b$ และ $a \geq b$

ง. ถ้า $a \neq b$ และ $a \leq b$ แล้ว $a^2 \geq b^2$

5. ประพจน์ใดมีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ

ก. $p \wedge \sim p$

ค. $p \rightarrow \sim p$

ข. $p \vee \sim p$

ง. $p \leftrightarrow \sim p$

(5) จงสรุปความรู้ความเข้าใจในเรื่องสัจนิรันดร์, สมมูล และ นิเสธ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BB



4. ครูร่วมสรุปขั้นตอนอีกครั้งหนึ่ง พร้อมกับยกตัวอย่างประกอบ
5. นักเรียนจดบันทึกขั้นตอน และวิธีการอ้างเหตุผลลงในสมุด
6. นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากเอกสารแบบฝึกหัดข้อที่ 1 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

1. นักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดของชั่วโมงที่ผ่านมา
2. ครูกำหนดเหตุกับผลบนกระดาน นักเรียนร่วมกันตรวจสอบการสมเหตุสมผล ของ โจทย์ที่ครูกำหนด โดยวิธีสร้างตารางค่าความจริง
3. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 6 ข้อที่ 2
4. สุ่มเรียกนักเรียนออกมาเฉลยวิธีการตรวจสอบบนกระดาน นักเรียนในชั้นเรียนร่วมตรวจสอบ
5. แบ่งนักเรียนกลุ่มละ 4 คน ร่วมกันกำหนดเหตุและผล และแสดงวิธีการตรวจสอบการสมเหตุสมผลของ โจทย์ที่กลุ่มกำหนด เขียนลงในกระดาษ A 4
6. แต่ละกลุ่มนำผลงานคิดหน้าชั้นเรียน นักเรียนร่วมกันศึกษาผลงานของกลุ่มเพื่อน

ชั่วโมงที่ 3

1. ครูแนะนำกฎของการอ้างเหตุผล ซึ่งกฎทุกกฎมีรูปแบบที่สมเหตุสมผล สามารถนำไปใช้อ้างอิงได้
2. นักเรียนศึกษารูปแบบกฎของการอ้างเหตุผล จากใบความรู้ และพิจารณา วิธีการจากตัวอย่างที่ 4,5 ในใบความรู้ที่ 6
3. ครูอธิบายและแนะนำวิธีการคิดวิเคราะห์ วิธีการตรวจสอบจากโจทย์ในตัวอย่างที่ 4,5
4. ครูยกตัวอย่าง โจทย์เพิ่มเติม ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบการสมเหตุสมผล โดยใช้กฎการอ้างเหตุผล
5. ให้นักเรียนกลับไปศึกษารูปแบบของกฎของการอ้างเหตุผลเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4

1. นักเรียนร่วมกันตรวจสอบการอ้างเหตุผล จากโจทย์ข้อ 2,3 ในแบบฝึกหัด โดยวิธีใช้กฎของการอ้างเหตุผล
2. นักเรียนร่วมกันเฉลยบนกระดานดำ
3. นักเรียนทำแบบทดสอบ



5. แหล่งเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 6
2. แบบฝึกหัดที่ 6
3. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. การตอบคำถาม และการร่วมกันนำเสนอบนกระดานหน้าชั้นเรียน
2. ตรวจการทำงานในแบบฝึกหัด
3. ตรวจสอบผลงานการกำหนดโจทย์และวิธีการตรวจสอบการสมเหตุสมผลของกลุ่มนักเรียน

7. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

()

ผู้สอน

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....



ใบความรู้ที่ 6 เรื่องการอ้างเหตุผล

@@

การอ้างเหตุผล คือ การสรุปผลจากข้อความที่โจทย์กำหนดมาให้

การอ้างเหตุผลประกอบด้วยข้อความ 2 ตอน คือ

ข้อความตอนนำ เรียกว่าเหตุหรือสิ่งที่กำหนดให้ ในที่นี้แทนด้วยสัญลักษณ์ $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$

ข้อความตอนตาม เรียกว่าผลหรือข้อสรุป ในที่นี้แทนด้วยสัญลักษณ์ C

การสรุปผลจากข้อความที่โจทย์กำหนดให้มี 2 แบบ คือ

แบบที่ 1 ถ้าผลสรุปนั้นสอดคล้องกับเหตุที่กำหนดให้ เรียกการอ้างเหตุผลว่า สมเหตุสมผล (Valid)

แบบที่ 2 ถ้าผลสรุปนั้นไม่สอดคล้องกับเหตุที่กำหนดให้ เรียกการอ้างเหตุผลว่า ไม่สมเหตุสมผล (Invalid)

สมเหตุสมผล เป็นการยอมรับว่าเหตุเป็นจริง แล้วผลสรุปต้องเป็นจริง

การพิจารณาว่าเหตุกับผลที่กำหนด “ สมเหตุสมผลหรือไม่ ” มีเทคนิคในการทำดังนี้เทคนิคที่ 1 ใช้สัจนิรันดร์

ให้ตรวจสอบประพจน์ที่เป็นเหตุ - ผลซึ่งอยู่ในรูปสัญลักษณ์ $(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$ ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

ถ้าเป็นสัจนิรันดร์ การอ้างเหตุผลนั้น สมเหตุสมผล

ขั้นตอนการพิจารณาว่าการอ้างเหตุผล สมเหตุสมผลหรือไม่ ตรวจสอบได้ดังนี้

1. นำเหตุที่กำหนดให้มาทั้งหมดเชื่อมกันด้วยตัวเชื่อม “ และ ” ดังนี้

$$P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n$$

2. นำเหตุทั้งหมดในข้อที่ 1 เชื่อมกับผลด้วยตัวเชื่อม “ ถ้า.....แล้ว...” ดังนี้

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$$

3. พิจารณารูปแบบ $(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$ เป็นสัจนิรันดร์ หรือไม่

ถ้าเป็นสัจนิรันดร์ กล่าวว่าการอ้างเหตุผลนี้ สมเหตุสมผล



ถ้าไม่เป็นสัจนิรันดร์ กล่าวว่าการอ้างเหตุผลนี้ ไม่สมเหตุสมผล
เทคนิคที่ 2 ใช้กฎของการอ้างเหตุผล โดยนำเหตุที่กำหนดที่สอดคล้องกับกฎ สรุปลงไปสู่ผล ซึ่งกฎทุกข้อ เป็นสัจนิรันดร์

ถ้าเหตุกับผลที่กำหนดสอดคล้องกับกฎ การอ้างเหตุผลนั้น สมเหตุสมผล

กฎของการอ้างเหตุผล

ข้อ	ชื่อกฎ	รูปแบบ	ข้อ	ชื่อกฎ	รูปแบบ
1	เหตุจริง-ผลจริง (modus ponens)	เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. p ผล q	5	การลด (simplification)	เหตุ 1. $p \wedge q$ ผล p หรือ ผล q
2	ผลเท็จ-เหตุเท็จ (modus tollens)	เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $\sim q$ ผล $\sim p$	6	การเพิ่ม (addition)	เหตุ 1. p ผล $p \vee q$
3	การถ่ายทอด (hypothetical)	เหตุ 1. $p \rightarrow q$ 2. $q \rightarrow r$ ผล $p \rightarrow r$	7	Constructive	เหตุ 1. $p \rightarrow r$ 2. $q \rightarrow s$ 3. $p \vee q$ ผล $r \vee s$
4	การตัดออก (disjunctive)	เหตุ 1. $p \vee q$ 2. $\sim p$ ผล q	8	Destructive	เหตุ 1. $p \rightarrow r$ 2. $q \rightarrow s$ 3. $\sim r \vee \sim s$ ผล $\sim p \vee \sim q$

เทคนิคที่ 3 ใช้การพิสูจน์ทางอ้อม โดยหาข้อขัดแย้งเป็นการพิสูจน์โดยสมมติให้ผล เป็นเท็จ และนำเหตุกับผลที่สมมติไปพิสูจน์ต่อไปจนพบข้อที่ขัดแย้ง จึงสรุปว่าที่สมมติให้ผลเป็นเท็จนั้นเป็นไปได้ ดังนั้น ผลจะต้องเป็นจริง



ตัวอย่างที่ 1 การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $\sim q$

ผล $\sim p$

วิธีทำ ใช้เทคนิคที่ 1 นำเหตุและผลที่โจทย์กำหนดมาสร้างตามรูปแบบ จะได้ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ ตรวจสอบการเป็นสัจนิรันดร์ โดยสร้างตารางค่าความจริงดังนี้

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$	$\sim p$	$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$
T	T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T

พบว่า ประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ เป็นสัจนิรันดร์ ดังนั้น เหตุและผลที่โจทย์กำหนดสมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 2 การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. ถ้านารีขยัน แล้วนารีสอบได้ที่ 1

2. นารีสอบได้ที่ 1

ผล นารีขยัน

วิธีทำ เขียนเหตุและผลเป็นประโยคสัญลักษณ์ p แทน นารีขยัน
q แทน นารีสอบได้ที่ 1

จะได้ เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. q

ผล p

วิธีทำ นำเหตุและผลที่โจทย์กำหนดมาสร้างตามรูปแบบ จะได้ $[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$ ตรวจสอบการเป็นสัจนิรันดร์โดยสร้างตารางค่าความจริงดังนี้

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$	$[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

พบว่าประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์ ดังนั้น เหตุและผลที่โจทย์กำหนดไม่สมเหตุสมผล



ตัวอย่างที่ 3 การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

- เหตุ 1. ถ้า $|a| = 5$ แล้ว $a = 5$
 2. ถ้า $|a| \neq 5$ แล้ว $|a| > 0$
 3. $a \neq 5$

ผล $|a| > 0$

วิธีทำ เขียนเหตุและผลเป็นประโยคสัญลักษณ์ p แทน $|a| = 5$
 q แทน $a = 5$
 r แทน $|a| > 0$

- จะได้ เหตุ 1. $p \rightarrow q$
 2. $\sim p \rightarrow r$
 3. $\sim q$
 ผล r

นำเหตุและผลที่โจทย์กำหนดมาสร้างตามรูปแบบ จะได้

$$[(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow r) \wedge \sim q] \rightarrow r$$

ตรวจสอบการเป็นสัจนิรันดร์ พบว่าประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow r) \wedge \sim q] \rightarrow r$ เป็นสัจนิรันดร์
 ดังนั้น เหตุและผลที่โจทย์กำหนด สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 4 การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

- เหตุ 1. $p \rightarrow q$
 2. $q \rightarrow r$
 3. $\sim r$

ผล $\sim p$

ตรวจสอบโดยใช้กฎของการอ้างเหตุผล

วิธีทำ

- | | |
|----------------------|--|
| 1) $p \rightarrow q$ | เหตุข้อที่ 1 |
| 2) $q \rightarrow r$ | เหตุข้อที่ 2 |
| 3) $p \rightarrow r$ | จาก (1) และ (2) จากกฎการถ่ายทอด |
| 4) $\sim r$ | เหตุข้อที่ 3 |
| 5) $\sim p$ | จาก (3) และ (4) จากกฎผลเท็จ - เหตุเท็จ |

ดังนั้น $[(p \rightarrow q) \wedge ((q \rightarrow r) \wedge \sim r)] \rightarrow \sim p$ สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 5 การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

- เหตุ 1. ถ้า x เป็นจำนวนคู่ และ y เป็นจำนวนคี่ แล้ว xy เป็นจำนวนคู่
 2. xy ไม่เป็นจำนวนคู่
 3. x ไม่เป็นจำนวนคี่

ผล y เป็นจำนวนคู่



วิธีทำ ให้ประพจน์ p แทนข้อความ x เป็นจำนวนคู่
q แทนข้อความ y เป็นจำนวนคี่
r แทนข้อความ xy เป็นจำนวนคู่

เปลี่ยนเหตุและผลที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์จะได้

เหตุ 1. $(p \wedge q) \rightarrow r$

2. $\sim r$

3. p

ผล $\sim q$

ตรวจสอบการสมเหตุสมผลโดยใช้กฎของการอ้างเหตุผล

1) $(p \wedge q) \rightarrow r$ เหตุข้อที่ 1

2) $\sim r$ เหตุข้อที่ 2

3) $\sim(p \wedge q)$ จาก (1) และ (2) จากกฎผลเท็จ - เหตุเท็จ

4) $\sim p \vee \sim q$ จาก (3) กฎเดอร์ มอกอง

5) $\sim(\sim p)$ เหตุข้อที่ 3

6) $\sim q$ จาก (4) และ (5) จากกฎการตัดออก

ดังนั้น $[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge \sim r \wedge p \rightarrow \sim q$ สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 6 การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. $p \rightarrow q$

2. $\sim p \rightarrow r$

3. $\sim q$

ผล r

วิธีทำ ใช้การพิสูจน์ทางอ้อม สมมติให้ผล r เป็นเท็จ ดังนั้น $\sim r$ เป็นจริง

1) $\sim p \rightarrow r$ เหตุข้อที่ 2

2) $\sim r$ สมมติให้

3) p จากข้อ (1) และ (2) จากกฎผลเท็จ - เหตุเท็จ

4) $p \rightarrow q$ เหตุข้อที่ 1

5) q จากข้อ (3) และ (4) จากกฎเหตุจริง-ผลจริง

6) $\sim q$ เหตุข้อที่ 3

7) $q \wedge \sim q$ จากข้อ (5) และ (6) (ข้อความที่ขัดแย้ง)

8) r จากข้อ (1) - (6) การพิสูจน์ทางอ้อม

ดังนั้น $[(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow r) \wedge \sim q] \rightarrow r$ สมเหตุสมผล

@@



แบบฝึกหัดที่ 6

เรื่องการอ้างเหตุผล

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@0@@

@

1. ให้นักเรียนเปลี่ยนเหตุและผลที่กำหนด ต่อไปนี้ ในรูปสัญลักษณ์ตามรูปแบบ

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$$

เหตุและผลที่กำหนด	นำเหตุและผลที่กำหนดมาสร้างตามรูปแบบ $(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow C$
1.1 เหตุ 1. $\sim A \rightarrow \sim B$ 2. $B \wedge \sim A$ ผล A
1.2 เหตุ 1. $\sim Q \vee \sim R$ 2. $P \rightarrow Q$ 3. P ผล $\sim R$
1.3 เหตุ 1. $(p \wedge Q) \rightarrow R$ 2. $R \rightarrow S$ 3. $\sim S$ ผล $\sim P \vee \sim Q$
1.4 เหตุ 1. ถ้า $2+3=5$ แล้ว $5+5=9$ 2. ถ้า $5+5=9$ แล้ว $9=10$ 3. $9 \neq 10$ ผล $2+3 \neq 5$	p แทน..... q แทน..... r แทน.....
1.5 เหตุ 1. ถ้าฝนตกหรือรถติดแล้วนทิกกลับบ้านช้า 2. นทิกกลับบ้านช้า 3. รถไม่ติด ผล ฝนตก	p แทน..... q แทน..... r แทน.....



2. ให้นักเรียนตรวจสอบการอ้างเหตุผลของโจทย์ในข้อที่ 1 ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. การอ้างเหตุผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

- เหตุ 1. $p \rightarrow q$
- 2. $\sim p \rightarrow \sim r$
- 3. $s \rightarrow r$
- 4. $\sim q$

- ผล $\sim s$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

@@



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

เรื่อง ประโยคเปิดและข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์

เวลา 1 ชั่วโมง

@@

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับประ โยคเปิดและข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกประ โยคที่เป็นประ โยคเปิดได้
2. บอกข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณได้
3. เปลี่ยนข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณในรูปข้อความให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ และเปลี่ยนประ โยคสัญลักษณ์ให้อยู่ในรูปข้อความได้

2. แนวความคิดหลัก (สาระสำคัญ)

ประ โยคเปิด คือ ประ โยคบอกเล่าหรือประ โยคปฏิเสธที่มีตัวแปรและเมื่อแทนค่าของตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์แล้วได้ประ พจน์หรือข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ คือ ข้อความที่ประกอบด้วยตัวบ่งปริมาณและประ โยคเปิด

3. เนื้อหาสาระ

ประ โยคเปิด

ข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 3 คน ร่วมกันศึกษาใบความรู้ที่ 7 ที่ครูแจกให้และ ร่วมกันแนะนำส่วนที่เพื่อนในกลุ่มไม่เข้าใจ
3. ครูสุ่มเรียกตัวแทนกลุ่มออกมาสรุปความรู้ที่ได้จากการศึกษาจากใบความรู้เกี่ยวกับเรื่องประ โยคเปิด 2 – 3 กลุ่ม
4. นักเรียนและครูร่วมอภิปราย สรุป พร้อมยกตัวอย่างประกอบอีกครั้งจนเข้าใจ



5. ครูแนะนำตัวบ่งปริมาณ $\forall x$ หมายถึง ทุกๆ ค่าของ x , แต่ละค่าของ $x \exists x$ หมายถึง บางค่าของ x , มี x อย่างน้อย 1 ค่า และแนะนำประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ พร้อมกับยกตัวอย่างประกอบ
6. นักเรียนร่วมกันหาส่วนประกอบของข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณจากตัวอย่างในข้อ 4 และร่วมกันพิจารณาจากตัวอย่างที่ 1 ในใบความรู้อีกครั้ง
7. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มยกตัวอย่างข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ กลุ่มละ 3 ข้อ และแยกแยะส่วนประกอบของข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ
8. ครูสุ่มเรียกนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอบนกระดานดำ
9. นักเรียนทำแบบฝึกหัดในเอกสารแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้
10. นักเรียนร่วมกันตรวจคำตอบ ครูตรวจสอบความถูกต้อง

5. แหล่งการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 7
2. แบบฝึกหัดที่ 7
3. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. การตอบคำถาม และร่วมกันศึกษาใบความรู้
2. การนำเสนอในกระดานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม
3. การตรวจการทำแบบฝึกหัด

7. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

()

ผู้สอน

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....



ใบความรู้ที่ 7

เรื่องประโยคเปิดและข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ

@@

ประโยคเปิด (Open Sentence)

ประโยคเปิด คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่มีตัวแปร และเมื่อแทนค่าของตัวแปรด้วยสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์แล้วได้ประพจน์

ประโยค	ประพจน์หรือประโยคเปิด	เหตุผล
1) $3 + 7 > 5 - (-2)$	เป็นประพจน์	เพราะตัดสินได้ว่า จริง
2) นักเรียนเป็นผู้ชาย	เป็นประโยคเปิด	เพราะตัดสินไม่ได้ไม่ทราบว่านักเรียนคนไหน
3) $2 + 3$ มีค่าเท่าไร	ไม่เป็นทั้งสองประเภท	เพราะเป็นประโยคคำถาม
4) 2 เป็นคำตอบของสมการ $2x + 1 = 5$	เป็นประพจน์	เพราะตัดสินได้ว่า จริง
5) a เป็นจำนวนคู่	เป็นประโยคเปิด	เพราะตัดสินไม่ได้ ไม่ทราบว่า a คือจำนวนใด
6) $ x + 4 = 7$	เป็นประโยคเปิด	เพราะตัดสินไม่ได้ ไม่ทราบว่า x คือจำนวนใด
7) คนสวมแว่นตา	เป็นประโยคเปิด	เพราะตัดสินไม่ได้ไม่ทราบว่าคนไหน
8) กรณายู่ในความสงบ	ไม่เป็นทั้งสองประเภท	เพราะเป็นประโยคขอร้อง

ประโยคเปิดเมื่อเติมข้อความบางข้อความลงไปในประโยค จะสามารถเติมตัวบ่งปริมาณได้ดังตัวอย่างในตารางต่อไปนี้

ประโยคเปิด	เติมข้อความลงไปในประโยค
1) นักเรียนเป็นผู้ชาย	นักเรียนทุกคนในห้องนี้เป็นผู้ชาย
2) a เป็นจำนวนคู่	จำนวนนับ a บางจำนวน เป็นจำนวนคู่
3) $ x + 4 = 7$	มีจำนวนเต็ม x ที่ทำให้ $ x + 4 = 7$
4) คนสวมแว่นตา	แต่ละคนในห้องนี้สวมแว่นตา

คำว่า ทุกคน บางคน ทุกจำนวน มีจำนวน แต่ละคน เรียกว่า **ตัวบ่งปริมาณ**



ในวิชาตรรกศาสตร์มี ตัวบ่งปริมาณ 2 ชนิด คือ

1. $\forall x$ อ่านว่า For all x หมายถึง สำหรับทุกค่าของ x ที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์
2. $\exists x$ อ่านว่า For some x หมายถึง สำหรับบางค่าของ x ที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์

ข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ จะมีตัวบ่งปริมาณ และประโยคเปิด

ตัวอย่างดังในตาราง

ประพจน์	ตัวบ่งปริมาณ	ประโยคเปิด
1. นักเรียนทุกคนในห้องนี้เป็นผู้ชาย	ทุกคน	นักเรียนเป็นผู้ชาย
2. จำนวนนับ a บางจำนวน เป็นจำนวนคู่	บางจำนวน	a เป็นจำนวนคู่
3. มีจำนวนเต็ม x ที่ทำให้ $ x+4 = 7$	มีจำนวน	$ x+4 = 7$
4. แต่ละคนในห้องนี้สวมแว่นตา	แต่ละคน	คนสวมแว่นตา
5. $\forall x [\sqrt{x} > 1] \quad U = N$	$\forall x$	$\sqrt{x} > 1$
6. $\exists x [x+1 = 5] \quad ; U = I$	$\exists x$	$x+1 = 5$

การเขียนสัญลักษณ์แทนประโยคเปิดที่มีตัวบ่งปริมาณ

ข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ ในชีวิตประจำวัน เราละตัวบ่งปริมาณไว้ เช่น เมื่อกล่าวถึง นกมีปีก ย่อมหมายถึง “นกทุกตัวมีปีก” แต่ถ้ากล่าวถึง “คนสวมแว่น” มักหมายถึง “คนบางคนสวมแว่น” เป็นต้น แม้แต่ในวิชาคณิตศาสตร์เองบางครั้งก็จะมีตัวบ่งปริมาณไว้ในฐานที่เข้าใจ เช่น “เมื่อ x เป็นจำนวนจริง $x+0 = x$ ” นั้นหมายถึง “สำหรับจำนวนจริง x ทุกจำนวน $x+0 = x$ ”

การเขียนสัญลักษณ์แทนข้อความที่มีตัวบ่งปริมาณ เราจะต้องกำหนดเอกภพสัมพัทธ์กำกับไว้เสมอ เพื่อให้ทราบถึงขอบเขตตัวแปรว่าแทนสิ่งใด ถ้าไม่กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ อาจจะทำให้การเขียนออกมาได้ผลต่างกัน เช่น ประโยค “นกทุกตัวมีปีก”

ถ้าเอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของนก เขียนแทนด้วย $\forall x [x \text{ มีปีก}]$

แต่กำหนดเอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของสัตว์ทั้งหมด เขียนแทนด้วย $\forall x [x \text{ เป็นนก} \rightarrow x \text{ มีปีก}]$

ประโยค “นกบางตัวบินได้”

ถ้าเอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของนก เขียนแทนด้วย $\exists x [x \text{ บินได้}]$

แต่กำหนดเอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของสัตว์ทั้งหมด เขียนแทนด้วย $\exists x [x \text{ เป็นนก} \wedge x \text{ บินได้}]$

หมายเหตุ 1. ข้อความที่มีตัวแปรบางข้อความไม่เป็นประโยคเปิด เช่น “ $y = 3x + 5$ เป็นสมการกราฟเส้นตรง”

2. ในกรณีเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตจำนวนจริง มักจะละการเขียนเอกภพสัมพัทธ์ เช่น

ประโยคเปิด $x + y = y + x$

แต่ $\forall x \forall y [x + y = y + x]$ เป็นประพจน์

แต่ $\forall x [x + y = y + x]$ เป็นประโยคเปิด



แบบฝึกหัดที่ 7

เรื่องประโยคเปิดและประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

@@

จงตอบคำถามลงในช่องว่าง

1. ประโยคต่อไปนี้เป็นประโยคเปิดหรือประพจน์ เพราะเหตุใด

ประโยค	ประพจน์หรือประโยคเปิด	เพราะเหตุใด
1. 15 เป็นจำนวนเฉพาะ
2. เขาเป็นนักคณิตศาสตร์
3. $x + x = x^2$
4. 5 เป็นคำตอบของสมการ $3X + 1 = 7$
5. $x^2 - 2x = 3$
6. $ -74 = 74 $
7. $ x - 4 > 3$
8. $3 < 5$ และ $-7 > -4$

2. จงเขียนประโยคต่อไปนี้เป็นสัญลักษณ์

ประพจน์	สัญลักษณ์
1. จำนวนจริง x ทุกจำนวนมากกว่า 0
2. แต่ละจำนวนเต็ม a ทำให้ $a + a = 2a$
3. จำนวนเต็มบวก x บางจำนวน มีค่าน้อยกว่า 5
4. มีจำนวนตรรกยะ x ที่เป็นจำนวนอตรรกยะ
5. ทุกๆ จำนวนจริง x ทำให้ $2x > x$
6. จำนวนเต็ม x บางจำนวนทำให้ $x^2 - 1 = 0$
7. มีจำนวนเต็ม x และ y บางจำนวนทำให้ $x^2 > y$
8. จำนวนเต็ม x ทุกจำนวนจะมี จำนวนเต็ม y บาง จำนวนที่ทำให้ $x + 2y = 5$
9. สำหรับจำนวนนับ a และ b ทุกจำนวนทำให้ $2a \neq 3b$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

เรื่อง ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์

เวลา 4 ชั่วโมง

@@

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ สรุปขั้นตอนการหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สรุปค่าความจริงของตัวบ่งปริมาณ $\forall x$ และ $\exists x$ ว่าเป็นจริงหรือ เป็นเท็จเมื่อใด
2. หาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 1 ตัวได้
3. สรุปขั้นตอนการหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 ตัวได้
4. หาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 ตัวได้

2. สารสำคัญ

การหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ เป็นการตรวจสอบความเป็นจริง โดยนำสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ ไปแทนตัวแปรในประโยคเปิดแล้วพิจารณาตามตัวบ่งปริมาณดังนี้

- $\forall x$ จะเป็นจริงเมื่อ ทุกค่าของ x ในเอกภพสัมพัทธ์ทำให้ประโยคเปิดเป็นจริงทั้งหมด
- $\exists x$ จะเป็นจริงเมื่อ มี x อย่างน้อยหนึ่งในเอกภพสัมพัทธ์ทำให้ประโยคเปิดเป็นจริง

3. เนื้อหาสาระ

ค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
2. สุ่มเรียกนักเรียน 4 – 5 คน ออกมาเขียนประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ บนกระดานดำ
3. ทบทวนบทเรียนเดิม โดยการยกตัวอย่างประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 ประโยค นักเรียนร่วมกันหาส่วนประกอบซึ่งมี ตัวบ่งปริมาณ, ประโยคเปิด, เอกภพสัมพัทธ์
4. นักเรียนร่วมกันบอกความหมายของตัวบ่งปริมาณ “ $\forall x, \exists x$ ”



5. จากประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณบนกระดานดำ ให้นักเรียนร่วมกันหาค่าความจริงของประโยค โดยการอภิปรายซักถาม เพราะเหตุใดสรุปได้ว่าจริง เพราะเหตุใดสรุปได้ว่าเท็จ

6. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปวิธีการหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ $\forall x, \exists x$ เขียนลงบนกระดาน

7. ครูแจกใบความรู้ที่ 8 นักเรียนร่วมกันศึกษาใบความรู้ที่ 8 และพิจารณาการหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 1 ตัว ในตัวอย่างที่ 1

8. นักเรียนสรุปฉบับที่ก

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูทบทวนวิธีการหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 8 ที่ครูแจกให้โดยแสดงวิธีทำลงในสมุด

3. นักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบบนกระดาน ครูร่วมตรวจสอบความถูกต้อง

ชั่วโมงที่ 3

1. ครูแนะนำประโยคเปิดที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 ตัว

2. สุ่มนักเรียน 3 – 4 คน ออกมาเขียนประโยคเปิดที่มีตัวแปรบนกระดานดำ

3. นักเรียนร่วมกันปรับประโยคบนกระดานให้อยู่ในรูปประพจน์

4. ครูแนะนำการหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 ตัว โดยนักเรียนศึกษาจากใบความรู้ที่ครูแจกให้ และอธิบายซักถามโดยร่วมกันพิจารณาจากตัวอย่างในใบความรู้

5. นักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 ตัว ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมบนกระดานดำ

6. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 4 คน ร่วมกันแต่งประโยคประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 ตัว กลุ่มละ 2 ข้อ ออกมาเขียนบนกระดานดำ

7. นักเรียนทุกคนหาค่าความจริงของประพจน์บนกระดานดำ ทำเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4

1. นักเรียนร่วมกันเฉลยการบ้าน ครูร่วมตรวจสอบ

2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากเอกสารแบบฝึกข้อ 2

3. นักเรียนและครูร่วมกันเฉลยคำตอบ

4. นักเรียนทำแบบทดสอบ



5. แหล่งการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 8
2. แบบฝึกหัดที่ 8
3. แบบทดสอบ

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. คูกร่วมกันอภิปราย และตอบคำถาม
2. การร่วมกันสรุปวิธีการและขั้นตอนการหาค่าความจริง
3. ตรวจสอบแบบฝึกหัด
4. คูการสร้างประ โยคที่มีตัวบ่งปริมาณบนกระดานดำ

7. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

()

ผู้สอน

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....



ใบความรู้ที่ 8

เรื่องค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

@@

ตัวบ่งปริมาณทางคณิตศาสตร์

“ \forall ” แทนคำว่า “ทั้งหมด”

$\forall x$ หมายถึง สำหรับทุกค่าของ x , สำหรับแต่ละค่าของ x

“ \exists ” แทนคำว่า “มีอย่างน้อยหนึ่ง”

$\exists x$ หมายถึง สำหรับอย่างน้อยหนึ่งค่าของ x , มีบางค่าของ x

ค่าความเป็นจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ 1 ตัว

ถ้า $P(x)$ แทนประโยคเปิดที่อยู่ในรูปตัวแปร x

1. $\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ $P(a)$ เป็นจริง สำหรับทุกค่าของ a ในเอกภพสัมพัทธ์

$\forall x [P(x)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ มี a ในเอกภพสัมพัทธ์ ที่ทำให้ $P(a)$ เป็นเท็จ

2. $\exists x [P(x)]$ ค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ มี a ในเอกภพสัมพัทธ์ ที่ทำให้ $P(a)$ เป็นเท็จ

$\exists x [P(x)]$ ค่าความจริงเป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ $P(a)$ เป็นเท็จ สำหรับทุกค่าของ a ในเอกภพสัมพัทธ์

จากค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนในการหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณได้ดังนี้

ให้นำสมาชิก a ใดๆ ในเอกภพสัมพัทธ์ ไปแทนตัวแปร x ในประโยคเปิดที่ละสมาชิกแล้วพิจารณาค่าความจริงที่ได้ ในแต่ละค่า

ถ้า 1. ค่าความจริงเป็นจริงทุกสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ $\forall x$ เป็น จริง

$\exists x$ เป็น จริง

2. ค่าความจริงเป็นจริงบ้าง เป็นเท็จบ้าง $\forall x$ เป็น เท็จ

$\exists x$ เป็น จริง

3. ค่าความจริงเป็นเท็จทุกสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ $\forall x$ เป็น เท็จ

$\exists x$ เป็น จริง

ข้อสังเกต $\forall x$; พบเท็จกรณีเดียว จะได้ค่าความจริงเป็น เท็จ

$\exists x$; พบจริงกรณีเดียว จะได้ค่าความจริงเป็น จริง



ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณต่อไปนี้

1. $\forall x [x + 3 < 6]$, $U = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

วิธีทำ ประโยคเปิด $x + 3 < 6$

แทน x ด้วยสมาชิกที่อยู่ในเซตเอกภพสัมพัทธ์ จะได้

ถ้า $x = 1$ จะได้ $1 + 3 < 6$ เป็น จริง

ถ้า $x = 2$ จะได้ $2 + 3 < 6$ เป็น จริง

ถ้า $x = 3$ จะได้ $3 + 3 < 6$ เป็น จริง

พบ ค่าความจริงเป็นเท็จ ดังนั้น

$\forall x [x + 3 < 6]$, $U = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ มีค่าความจริงเป็น เท็จ

2. $\exists x [x + x = x^2]$, $U = \{ -1, 0, 1, 2 \}$

วิธีทำ แทน x ด้วยสมาชิกที่อยู่ในเซตเอกภพสัมพัทธ์ จะได้

ถ้า $x = -1$ จะได้ $(-1) + (-1) = (-1)^2$ เป็น เท็จ

ถ้า $x = 0$ จะได้ $(0) + (0) = (0)^2$ เป็น เท็จ

พบ ค่าความจริงเป็นจริง ดังนั้น

$\exists x [x + x = x^2]$, $U = \{ -1, 0, 1, 2 \}$ มีค่าความจริงเป็น จริง

3. $\forall x [x^2 + 2x - 1 > 0]$, $U = I^+$

วิธีทำ แทน x ด้วยจำนวนนับใดๆ

ถ้า $x = 1$ จะได้ $(1)^2 + 2(1) - 1 > 0$ เป็น จริง

ถ้า $x = 2$ จะได้ $(2)^2 + 2(2) - 1 > 0$ เป็น จริง

ถ้า $x = 3$ จะได้ $(3)^2 + 2(3) - 1 > 0$ เป็น จริง

ถ้า $x = 4$ จะได้ $(4)^2 + 2(4) - 1 > 0$ เป็น จริง

ถ้า $x = 5$ จะได้ $(5)^2 + 2(5) - 1 > 0$ เป็น จริง

พบว่าค่าความจริงเป็นจริงเสมอไม่ว่าแทน x ด้วยจำนวนนับใดๆ ดังนั้น

$\forall x [x^2 + 2x - 1 > 0]$ จำนวนนับ มีค่าความจริงเป็น จริง

ค่าความเป็นจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ 2 ตัว

ถ้า $P(x, y)$ แทนประโยคเปิดที่อยู่ในรูปตัวแปร x, y

1. $\forall x \forall y [P(x, y)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ แทนตัวแปร x และ y ด้วยสมาชิก a, b ทุกตัวในเอกภพสัมพัทธ์ ทำให้ $P(a, b)$ เป็นจริงเสมอ

$\forall x \forall y [P(x, y)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ ก็ต่อเมื่อ แทนตัวแปร x และ y ด้วยสมาชิก a, b บางตัวในเอกภพสัมพัทธ์ แล้วทำให้ $P(a, b)$ เป็นเท็จ

2. $\exists x \exists y [P(x, y)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ แทนตัวแปร x และ y ด้วยสมาชิก a, b บางตัวในเอกภพสัมพัทธ์ แล้ว $P(a, b)$ เป็นจริง



แบบฝึกหัดที่ 8

เรื่องค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

@@

1) จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ เมื่อกำหนด $A = \{ 0, 1, 2, 3 \}$

$B = \{ -2, -1, 0, 1, 2 \}$

1. $\forall x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }] ; U = A$
2. $\exists x [3x + 1 = 7] ; U = A$
3. $\forall x [x > 1] ; U = A$
4. $\exists x [x < 5] ; U = A$
5. $\forall x [x + x = x - x] ; U = A$
6. $\exists x [|x - 4| > 3] ; U = A$
7. $\forall x [x \text{ เป็นจำนวนนับ }] ; U = A$
8. $\exists x [x + 1 = 7] ; U = B$
9. $\forall x [x - 5 < 2] ; U = B$
10. $\exists x [x > 4 \vee x < 3] ; U = B$
11. $\forall x [x + 4 > 10] ; U = B$
12. $\exists x [|x| > 3] ; U = B$
13. $\forall x [\sqrt{x} = 1] ; U = A$
14. $\exists x [x + 1 \neq 7] ; U = B$
15. $\forall x [x > 0 \text{ และ } x \in I] ; U = A$
16. $\exists x [x + 2 = 3 \vee x < 5] ; U = A$
17. $\forall x [x \text{ เป็นจำนวนนับ } \rightarrow x \neq 5] ; U = B$
18. $\exists x [|x + 4| > 10] ; U = R$
19. $\forall x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }] ; U = R$
20. $\exists x [|x + 4| = -7] ; U = R$
21. $\forall x [x > 0 \text{ และ } x^2 - 2x = 3] ; U = A$
22. $\exists x [x > 1] \vee \forall x [x + 4 > 10] ; U = A$
23. $\exists x [x + x = x - x] \wedge \forall x [x \text{ เป็นจำนวนนับ }] ; U = A$
24. $\exists x [|x| > 3] \vee \forall x [x > -4] ; U = B$
25. $\forall x [x + x = 2x] \rightarrow \exists x [x^2 - 2x = 3] ; U = B$



2. จงหาค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ เมื่อกำหนด เอกภพสัมพัทธ์ของ x คือ $A = \{0,1,2\}$ เอกภพสัมพัทธ์ของ y คือ $B = \{1,2,3\}$

1. $\forall x \forall y [x + y < 4]$

2. $\exists x \forall y [x + y < 4]$

3. $\exists x \exists y [x + y < 4]$

4. $\forall x \forall y [x - y = 0]$

5. $\exists x \exists y [x + y = 2]$

6. $\exists x \forall y [x - y > 0]$

7. $\forall y \exists x [x < y]$

8. $\exists y \forall x [x > y]$

9. $\exists y \exists x [|x| = |y|]$

10. $\forall y \forall x [xy < y]$

@@@



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

เรื่อง สมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์

เวลา 2 ชั่วโมง

@@

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นักเรียนสามารถหาสมมูลของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ และมีความเข้าใจรูปแบบของการเป็นนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณพร้อมทั้งหานิเสธได้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ตรวจสอบการสมมูลกันของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณได้
2. หาประพจน์ที่สมมูลกับประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่กำหนดให้ได้
3. บอกรูปแบบของการเป็นนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณได้
4. ตรวจสอบการเป็นนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณได้
5. หาประพจน์ที่เป็นนิเสธกับประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณที่กำหนดให้ได้

2. แนวความคิดหลัก (สาระสำคัญ)

สมมูลของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณสามารถเปลี่ยนตามรูปแบบการสมมูลกันของประพจน์โดยมีตัวบ่งปริมาณเช่นเดิม

นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณสามารถหาได้ตามรูปแบบการนิเสธของประพจน์

3. เนื้อหาสาระ

1. สมมูลของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ
2. นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 4 คน แต่ละกลุ่มให้นักเรียนจับคู่กันศึกษาใบความรู้ที่ 9 เรื่องสมมูลของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ หรือนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณคู่ละ 1 เรื่อง
3. นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันสรุปความรู้ในเรื่องที่ศึกษา



4. นักเรียนเข้ากลุ่มใหญ่ตามเนื้อหาจากใบความรู้ที่ศึกษา และร่วมกันอภิปราย ชักถาม และสรุปวิธีการหาสมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

5. นักเรียนกลุ่มใหญ่แต่ละกลุ่มร่วมกันตอบคำถามในใบงานที่ 1, 2 และร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

ชั่วโมงที่ 2

1. นักเรียนแยกกลุ่มเข้ากลุ่มเดิม กลุ่มละ 4 คน นักเรียนในกลุ่มแลกเปลี่ยนความรู้ในเรื่องที่ศึกษาให้กับเพื่อนในกลุ่มจนเข้าใจและร่วมกันตรวจคำตอบในใบงานที่ 1, 2 อีกครั้ง

2. นักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ ครูตรวจสอบความถูกต้อง

3. ครูยกตัวอย่างประกอบเพิ่มเติม สรุปบทเรียนอีกครั้ง

4. นักเรียนทำแบบทดสอบ

5. นักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัด ครูตรวจสอบความถูกต้อง

6. นักเรียนประเมินการทำงานกลุ่ม

5. แหล่งการเรียนรู้

1. เอกสารแนะแนวทางเรื่องสมมูลของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ เรื่องนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

2. แบบฝึกหัด เรื่องสมมูลและนิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

3. แบบทดสอบ

4. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. เฉลย ตรวจแบบฝึกหัด

2. ประเมินการทำงานกลุ่ม

3. ตรวจการทำแบบทดสอบ

7. บันทึกหลังสอน

.....

()

ผู้สอน

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....



เอกสารแนะแนวทางที่ 9 เรื่องสมมูลและนิเสธของประพจน์ ที่มีตัวบ่งปริมาณ

@@

1. ให้นักเรียนเชื่อมโยงจับคู่ประพจน์ที่สมมูลกันระหว่างประพจน์ทางซ้ายและทางขวา

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $A \wedge B$ | ก. $\sim B \rightarrow \sim A$ |
| 2) $A \vee B$ | ข. $\sim A \vee \sim B$ |
| 3) $A \rightarrow B$ | ค. $B \vee A$ |
| 4) $A \leftrightarrow \sim B$ | ง. $\sim A \wedge \sim B$ |
| 5) $\sim A \rightarrow \sim B$ | จ. $\sim(A \vee B)$ |
| 6) $\sim A \wedge \sim B$ | ฉ. $\sim B \leftrightarrow A$ |
| 7) $\sim(A \wedge B)$ | ช. $\sim A \vee \sim B$ |
| 8) $\sim(A \rightarrow B)$ | ซ. $B \wedge A$ |

2. ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตารางข้างล่างนี้

สคมภ์ (ช่อง) ที่ 2 ให้เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสัญลักษณ์
 สคมภ์ (ช่อง) ที่ 3 ให้หาสัญลักษณ์ที่สมมูลกับสัญลักษณ์ในสคมภ์ (ช่อง) ที่ 2
 สคมภ์ (ช่อง) ที่ 4 ให้เปลี่ยนสัญลักษณ์ในสคมภ์ (ช่อง) ที่ 3 เป็นประโยคภาษา

ประโยคภาษา	สัญลักษณ์	สมมูล	ประโยคภาษาที่สมมูล
1. $2 < 4$ และ 3 เป็นจำนวนนับ	$P \wedge Q$	$Q \wedge P$	3 เป็นจำนวนนับ และ $2 < 4$
2. ถ้า $5 > 2$ แล้ว 5 เป็นจำนวนคู่
3. $2 + (-8) = -6$ หรือ $(-2)(-5) = 10$
4. $7 \in \{1,3,7\}$ ก็ต่อเมื่อ $\{3 \subset \{1,3,7\}\}$
5. ถ้า $2=3$ และ $3 < 4$ แล้ว $2^3 = 3^2$
6. จำนวนเต็ม x ทุกจำนวน $x > 2$ หรือ x เป็นจำนวนเฉพาะ	$\forall x [P \vee Q]$	$\forall x [Q \vee P]$	จำนวนเต็ม x ทุกจำนวน x เป็นจำนวนเฉพาะหรือ $x > 2$
7. มีจำนวนจริง a บางจำนวนที่ทำให้ $a + 5 = 5 - a$ และ $a^2 = a$
8. มีจำนวนนับ m บางจำนวนที่ทำให้ $m + 2 = 2m$ ก็ต่อเมื่อ $m < 2$

จากรูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน นำไปใช้กับการสมมูลของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณได้เช่นเดียวกัน



3. ใ้ให้นักเรียนศึกษาตารางข้างล่างนี้

ประพจน์	ประพจน์ที่สมมูลกัน
$P(x) \wedge Q(x)$	$Q(x) \wedge P(x)$
$P(x) \wedge Q(x)$	$Q(x) \wedge P(x)$
$\forall x [P(x) \wedge Q(x)]$	$\forall x [Q(x) \wedge P(x)]$
$\exists x [x^2=0 \wedge x>0]$	$\exists x [x>0 \wedge x^2=0]$
$\forall x [P(x)] \wedge \exists x [Q(x)]$	$\exists x [Q(x)] \wedge \forall x [P(x)]$
$\exists x [P(x) \rightarrow Q(x)]$	$\exists x [\sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)]$
$\forall x [x+x=2+x \rightarrow x<0]$	$\forall x [x \geq 0 \rightarrow x+x \neq 2+x]$

หมายเหตุ การสมมูลกันของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณของตัวเชื่อมอื่นๆ สามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน (ตามรูปแบบที่สมมูล)

4. ใ้ให้นักเรียนพิจารณาว่าประพจน์แต่ละคู่สมมูลกันหรือไม่

- 1) $\forall x [x+1=3 \wedge x \neq 2]$ กับ $\forall x [x+1=3 \vee x \neq 2]$
- 2) $\exists x [x^2 < 4 \vee x < 2]$ กับ $\exists x [x < 2 \vee x^2 < 4]$
- 3) $\forall x [x=5 \rightarrow x \neq 2]$ กับ $\forall x [x=2 \rightarrow x \neq 5]$
- 4) $\exists x [x^2=4 \rightarrow x=2]$ กับ $\exists x [x^2 \neq 4 \vee x=2]$
- 5) $\exists x [x(x+1)=0 \rightarrow x=0 \vee x+1=0]$ กับ $\exists x [x \neq 0 \wedge x+1 \neq 0 \rightarrow x(x+1) \neq 0]$

5. ใ้ให้นักเรียนเขียนประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์ที่กำหนด

- 1) $\forall x [P(x) \vee Q(x)]$ สมมูลกับ.....
- 2) $\forall x [P(x) \leftrightarrow Q(x)]$ สมมูลกับ.....
- 3) $\exists x [P(x) \rightarrow Q(x)]$ สมมูลกับ.....
- 4) $\exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ และ } x-3 > 0]$ สมมูลกับ.....
- 5) $\forall x [x+x < 2x \text{ ก็ต่อเมื่อ } x \text{ ไม่เป็นจำนวนจริง }]$ สมมูลกับ.....
- 6) $\exists x [x^2 \text{ เป็นจำนวนคู่ หรือ } x < 0]$ สมมูลกับ.....
- 7) $\exists x [\text{ ถ้า } x+3=4 \text{ แล้ว } x-3 > 0]$ สมมูลกับ.....



6. ให้นักเรียนเชื่อมโยงจับคู่ประพจน์ที่เป็นนิเสธกันระหว่างประพจน์ทางซ้ายและทางขวา

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $A \wedge B$ | ก. $\sim B \rightarrow \sim A$ |
| 2) $A \vee B$ | ข. $\sim A \vee \sim B$ |
| 3) $A \rightarrow B$ | ค. $B \leftrightarrow A$ |
| 4) $A \leftrightarrow \sim B$ | ง. $\sim A \wedge \sim B$ |
| 5) $\sim A \rightarrow \sim B$ | จ. $A \wedge \sim B$ |

นิเสธของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

กำหนด $P(x)$ เป็นประโยคเปิดที่อยู่ในรูปตัวแปร x

นิเสธของ $\forall x [P(x)]$ คือ $\sim \forall x [P(x)]$ ซึ่งมีความหมายเช่นเดียวกับ $\exists x [\sim P(x)]$

นิเสธของ $\exists x [P(x)]$ คือ $\sim \exists x [P(x)]$ ซึ่งมีความหมายเช่นเดียวกับ $\forall x [\sim P(x)]$

สรุปได้เป็นกฎของนิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณดังนี้

ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ	นิเสธ
$\forall x [P(x)]$	$\exists x [\sim P(x)]$
$\forall x [\sim P(x)]$	$\exists x [P(x)]$
$\exists x [P(x)]$	$\forall x [\sim P(x)]$
$\exists x [\sim P(x)]$	$\forall x [P(x)]$

7. ให้นักเรียนศึกษาตารางข้างล่างนี้

ประพจน์	นิเสธของประพจน์
$P(x) \wedge Q(x)$	$\sim P(x) \vee \sim Q(x)$
$P(x) \vee Q(x)$	$\sim P(x) \wedge \sim Q(x)$
$\forall x [P(x) \wedge Q(x)]$	$\exists x [\sim P(x) \vee \sim Q(x)]$
$\exists x [x^2 = 0 \wedge x > 0]$	$\forall x [x^2 \neq 0 \vee x \leq 0]$
$\forall x [P(x)] \wedge \exists x [Q(x)]$	$\exists x [\sim P(x)] \vee \forall x [\sim Q(x)]$
$P(x) \rightarrow Q(x)$	$P(x) \wedge \sim Q(x)$
$\exists x [x+x > x \rightarrow x=0]$	$\forall x [x+x > x \wedge x \neq 0]$

หมายเหตุ การเป็นนิเสธกันของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณมากกว่า 1 ตัว สามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน



8. ให้นักเรียนพิจารณาว่าประโยคเหล่านี้เป็นนิเสธกันหรือไม่

- 1) $\forall x [x=5 \vee x < 4]$ กับ $\exists x [x=5 \wedge x \neq 4]$
- 2) $\exists x [x \text{ เป็นจำนวนคู่ }]$ กับ $\forall x [x \text{ ไม่เป็นจำนวนคู่ }]$
- 3) $\forall x [x \neq 3 \wedge x < 4]$ กับ $\exists x [x = 3 \vee x < 4]$
- 4) $\exists x [x+1 > 0 \rightarrow x \neq 0]$ กับ $\forall x [x+1 < 0 \wedge x \neq 0]$

9. จงหานิเสธของประพจน์ต่อไปนี้

- 1) $\forall x [x = x^2 \wedge x \text{ เป็นจำนวนคี่ }]$
- 2) $\exists x [x \text{ ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ }]$
- 3) $\forall x [x+x = x-x \vee x^2 = 2x]$
- 4) $\exists x [x^2 > 0 \rightarrow x < 0]$
- 5) $\forall x [x=2 \wedge x \neq 3 \rightarrow x < 0]$

หมายเหตุ	นิยาม ให้ $U = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$
	$\forall x [P(x)] \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n)$
	$\exists x [P(x)] \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \dots \vee P(a_n)$
ดังนั้น	$\begin{aligned} \sim \forall x P(x) &\equiv \sim [P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \dots \wedge P(a_n)] \\ &\equiv \sim P(a_1) \vee \sim P(a_2) \vee \dots \vee \sim P(a_n) \\ &\equiv \exists x [\sim P(x)] \end{aligned}$
และ	$\begin{aligned} \sim \exists x [P(x)] &\equiv \sim [P(a_1) \vee P(a_2) \vee \dots \vee P(a_n)] \\ &\equiv \sim P(a_1) \wedge \sim P(a_2) \wedge \dots \wedge \sim P(a_n) \\ &\equiv \forall x [\sim P(x)] \end{aligned}$

@@



แบบฝึกหัดที่ 9

เรื่องสมมูลและนิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ

@@

1. จงเขียนประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์ที่กำหนดลงในตารางต่อไปนี้

ประพจน์ที่กำหนด	ประพจน์ที่สมมูลกัน
1. $p \wedge q$	1.....
2. 8 เป็นจำนวนนับ และ $1 < 0$	2.....
3. $\exists x [x > 5 \wedge x > 2]$	3.....
4. $\exists x [x > 5] \wedge \forall x [x \text{ เป็นจำนวนคี่}]$	4.....
5. $\forall x [P(x)] \wedge \exists x [Q(x)]$	5.....
6. $p \vee q$	6.....
7. 103 เป็นจำนวนคู่ หรือ 2หาร 103 ลงตัว	7.....
8. $\exists x [x = 15 \vee x < 2]$	8.....
9. $\forall x [x \neq 1] \vee \forall x [x \text{ เป็นจำนวนคู่}]$	9.....
10. $\exists x [P(x)] \vee \exists x [Q(x)]$	10.....
11. $p \rightarrow q$	11. $\sim q \rightarrow \sim p$
12. ถ้า 10 เป็นจำนวนคู่ แล้ว 2หาร 10 ลงตัว	12.....
13. ถ้า $x - 2 > 10$ แล้ว $x > -14$	13.....
14. $\exists x [x = 10 \rightarrow x - 1 < 2]$	14.....
15. $\forall x [x \neq 1] \rightarrow \exists x [x - 3 > 7]$	15.....
16. $\exists x [P(x)] \rightarrow \exists x [Q(x)]$	16.....
17. $p \rightarrow q$	17. $\sim p \vee q$
18. ถ้า 10 เป็นจำนวนคู่ แล้ว 2หาร 10 ไม่ลงตัว	18.....
19. ถ้า $x \geq 12$ 10 แล้ว $x < -14$	19.....
20. $\exists x [x = 10 \rightarrow x + 8 > 2]$	20.....
21. $\forall x [x \neq 0] \rightarrow \exists x [x - 3 > 0]$	21.....
22. $\forall x [P(x)] \rightarrow \exists x [Q(x)]$	22.....
23. $\exists x [x = 10 \leftrightarrow x + 8 > 2]$	23.....



2. จงเขียนประพจน์ที่นิเสธกับประพจน์ที่กำหนดลงในตารางต่อไปนี้

ประพจน์ที่กำหนด	ประพจน์ที่เป็นนิเสธกัน
1. p	1.....
2. 8 เป็นจำนวนนับ	2.....
3. $x+2 \geq 0$	3.....
4. $\exists x [x > 5]$	4.....
5. $\forall x \exists y [x+y = 7]$	5.....
6. $\forall x [P(x)]$	6.....
7. $p \vee q$	7.....
8. 103 เป็นจำนวนคู่ หรือ 2 หาร 103 ลงตัว	8.....
9. $x - 2 > 10$ หรือ $x > -14$	9.....
10. $\exists x [x = 15 \vee x < 2]$	10.....
11. $\forall x [x \neq 1] \vee \forall x [x \text{ เป็นจำนวนคู่}]$	11.....
12. $\exists x [P(x)] \vee \exists x [Q(x)]$	12.....
13. $p \wedge q$	13.....
14. 10 เป็นจำนวนคู่ และ 2 หาร 10 ลงตัว	14.....
15. $x - 2 > 10$ และ $x > -14$	15.....
16. $\exists x [x = 10 \wedge x - 1 < 2]$	16.....
17. $\forall x [x \neq 1] \wedge \exists x [x - 3 > 7]$	17.....
18. $\exists x [P(x)] \wedge \exists x [Q(x)]$	18.....
19. $p \rightarrow q$	19.....
20. ถ้า 10 เป็นจำนวนคู่ แล้ว 2 หาร 10 ไม่ลงตัว	20.....
21. ถ้า $x \geq 12$ 10 แล้ว $x < -14$	21.....
22. $\exists x [x = 10 \rightarrow x + 8 > 2]$	22.....
23. $\forall x [x \neq 0] \rightarrow \exists x [x - 3 > 0]$	23.....
24. $\forall x [P(x)] \rightarrow \exists x [Q(x)]$	24.....
25. $\exists x [x = 10 \leftrightarrow x + 8 > 2]$	25.....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

เรื่อง ฝึกทักษะการคิดคำนวณเรื่องตรรกศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์

เวลา 4 ชั่วโมง

@@

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มีทักษะในการหาค่าความจริงเกี่ยวกับตรรกศาสตร์

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาของโจทย์
2. แก้โจทย์ปัญหาที่สลับซับซ้อนได้

2. แนวความคิดหลัก (สาระสำคัญ)

การฝึกทักษะเป็นกิจกรรมที่ฝึกให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาและวิธีการแก้ปัญหาโจทย์ที่สลับซับซ้อนได้ดียิ่งขึ้น

3. เนื้อหาสาระ

โจทย์ปัญหาเรื่องตรรกศาสตร์

4. กระบวนการจัดการเรียนการสอน

ชั่วโมงที่ 1-3

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นักเรียนรับเอกสารแบบฝึกทักษะ แบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมกันค้นคิดวิธีหาคำตอบกลุ่มละ 10 ข้อ
3. ครูสุ่มเรียกนักเรียนแต่ละกลุ่มมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ
4. ครูให้นักเรียนร่วมกันซักถามตรวจสอบความถูกต้องที่ละเอียดพร้อมยกตัวอย่างประกอบ นักเรียนจดบันทึกลงในสมุด



ชั่วโมงที่ 4

1. นักเรียนเลือกนำเสนอผลงานลงในกระดาษ A 4 โดยเลือกโจทย์ที่น่าสนใจ คนละ 2 ข้อพร้อมเฉลย
2. นักเรียนทำแบบทดสอบ
3. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบทดสอบ

5. แหล่งการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะ
2. หนังสือ

6. กระบวนการวัดผลประเมินผล

1. สังเกตการร่วมกันค้นคิดวิธีหาคำตอบกลุ่มและการนำเสนอหน้าชั้นเรียน
2. ตรวจสอบความถูกต้องจากการทำแบบฝึกทักษะ
3. ผลการตรวจชิ้นงาน
4. ตรวจสอบผลการสอบ

7. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

()

ผู้สอน

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....



แบบฝึกทักษะชุดที่ 1

เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

- ข้อความต่อไปนี้ข้อความใดเป็นประพจน์ ถ้าเป็นประพจน์จงหาค่าความจริงของประพจน์นั้น
 - $x + 3 < 5$
 - $x + 0 \neq 0 + x$ เมื่อ x เป็นจำนวนใด ๆ
 - $x + 5 = 5$ เมื่อ $x = 0$
- จงสร้างตารางค่าความจริงของประพจน์ต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกจำนวนประพจน์ย่อยและจำนวนกรณีของค่าความจริงทั้งหมดที่เป็นไปได้
 - p
 - $(\sim p \wedge p) \rightarrow q$
 - $[(\sim p \vee p) \vee q] \rightarrow (\sim r \wedge r)$
 - $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge \sim s)$
- ประพจน์ที่ประกอบด้วยประพจน์ย่อย 5 ประพจน์ จะมีค่าความจริงเกิดขึ้นได้ทั้งหมดกี่กรณี
- จากข้อ 2 ประพจน์ในข้อใดเป็นสัจนิรันดร์
- กำหนดให้ $*$ และ Δ เป็นตัวเชื่อมประพจน์ ซึ่งแสดงค่าความจริงได้ดังตาราง

P	Q	$p * q$	$(p * q) \Delta p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

จงหาว่าประพจน์ใดต่อไปนี้ เป็นประพจน์ที่สมมูลกับ $(p * q) \Delta p$ และประพจน์ใดที่เป็นนิเสธกับ $(p * q) \Delta p$

- $(p \wedge q) \rightarrow p$
- $(p \vee q) \wedge p$
- $\sim p \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$
- $(p \rightarrow q) \vee p$
- $(p \wedge q) \wedge \sim p$



6. จงแสดงว่าการอ้างเหตุผลในข้อต่อไปนี้เป็นสมเหตุสมผลหรือไม่

1) เหตุ $r \rightarrow s$
 $\sim t \rightarrow r$
 $p \rightarrow \sim t$
 $s \rightarrow \sim q$
 ผล $\underline{p \rightarrow \sim q}$

2) เหตุ $\sim p \rightarrow (q \rightarrow w)$
 $\sim s \rightarrow q$
 $\sim t$
 $\sim p \vee t$
 ผล $\underline{w \rightarrow s}$

7. จงหาค่าความจริงและนิเสธของประพจน์ต่อไปนี้

- 1) ทุกจำนวนจริง x และ y ถ้า $x < y$ แล้ว $x^2 < y^2$
- 2) จำนวนเต็ม x ซึ่ง $xy = y$ ทุกจำนวนจริง y
- 3) สำหรับจำนวนจริง x ใดๆ $|x+y| = |x| + |y|$



แบบฝึกทักษะชุดที่ 2

เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้อง

- ประพจน์ใดต่อไปนี้มีค่าความจริงเป็นเท็จ
 - ถ้า $2 > 5$ แล้ว $4 > 7$
 - 6 เป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่
 - ถ้า 2 หาร -2 ลงตัวแล้ว -2 เป็นจำนวนเต็มบวก
 - $\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ แต่ $\sqrt{2}$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ
- ให้ p แทนประพจน์ “2 หาร 18 ได้ลงตัว”
 q แทนประพจน์ “2 หาร 17 ไม่ลงตัว”
ข้อความ “ไม่จริงที่ว่าถ้า 2 หาร 18 ไม่ลงตัวแล้ว 2 หาร 17 ลงตัว” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ในข้อใด
 - $\sim p \rightarrow \sim q$
 - $\sim(\sim p \rightarrow q)$
 - $\sim(p \rightarrow \sim q)$
 - $\sim(\sim p \rightarrow \sim q)$
- ประพจน์ $p \rightarrow q$ เป็นเท็จเมื่อใด
 - $\sim p$ เป็นจริง, $\sim q$ เป็นเท็จ
 - $\sim p$ เป็นเท็จ, q เป็นเท็จ
 - p เป็นเท็จ, q เป็นเท็จ
 - p เป็นเท็จ, $\sim p$ เป็นจริง
- ให้ประพจน์ p, q และ r เป็นจริง ประพจน์ใดต่อไปนี้เป็นเท็จ
 - $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$
 - $\sim p \leftrightarrow (q \wedge \sim r)$
 - $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$
 - $(p \wedge \sim q) \wedge r$
- ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง
 - ถ้า m มีค่าความจริงเป็นจริงแล้ว ค่าความจริงของ $(\sim s \vee p) \vee q \rightarrow m$ เป็นจริง
 - ถ้า s มีค่าความจริงเป็นเท็จแล้ว ค่าความจริงของ $s \rightarrow [p \vee (\sim m \wedge \sim n)]$ เป็นจริง
 - ถ้า s มีค่าความจริงเป็นเท็จแล้ว ค่าความจริงของ $[(p \wedge \sim r) \vee (q \rightarrow m)] \wedge s$ เป็นจริง
 - ถ้า $r \rightarrow s$ มีค่าความจริงเป็นเท็จแล้วค่าความจริงของ $s \rightarrow [(m \vee r) \rightarrow \sim p]$ เป็นจริง
- ถ้า $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)$ เป็นเท็จ และ $p \rightarrow \sim r$ เป็นเท็จ แล้วประพจน์ใดมีค่าความจริงเป็นเท็จ
 - s
 - r
 - q
 - p
- ประพจน์คู่ใดต่อไปนี้เป็นสมมูลกัน
 - $p \rightarrow q$ กับ $\sim p \rightarrow \sim q$
 - $p \rightarrow \sim q$ กับ $\sim p \wedge \sim q$
 - $p \wedge q \rightarrow r$ กับ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
 - $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ กับ $p \vee q \rightarrow r$
- ประพจน์คู่ใดในข้อต่อไปนี้เป็นนิเสธกัน
 - $\sim p \vee q$ กับ $p \wedge \sim q$
 - $p \rightarrow \sim q$ กับ $p \wedge q$
 - $p \vee q$ กับ $\sim p \vee \sim q$
 - $p \leftrightarrow q$ กับ $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$



9. ข้อความใดต่อไปนี้ไม่เป็นสัจนิรันดร์
- 1) $[r \wedge (s \vee t)] \vee \sim[r \wedge (s \vee t)]$
 - 2) $[(r \rightarrow s) \wedge (r \rightarrow t)] \wedge [(r \rightarrow s \wedge t) \rightarrow q] \rightarrow q$
 - 3) $\sim[(r \vee s) \rightarrow (t \wedge w)] \leftrightarrow [(r \vee s) \wedge (\sim t \vee \sim w)]$
 - 4) $\sim[(p \rightarrow \sim(t \wedge w)) \wedge (\sim t \vee \sim s \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

10. ให้ p แทน 2^2 เป็นจำนวนคู่, q แทน 2^{13} เป็นจำนวนคี่, r แทน 2^{15} เป็นจำนวนคี่ และ s แทน 2^4 เป็นจำนวนคู่ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก. ประพจน์ $[(p \wedge q) \rightarrow r] \rightarrow (p \vee s)$ เป็นจำนวนจริงเป็นจริง
 - ข. ประพจน์ $[\sim(p \wedge \sim s)] \rightarrow (q \wedge \sim r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
- 1) ข้อ ก. และ ข. ถูกต้อง
 - 2) ข้อ ก. ผิด แต่ข้อ ข. ถูกต้อง
 - 3) ข้อ ก. ถูกต้อง แต่ข้อ ข. ผิด
 - 4) ข้อ ก. และข้อ ข. ผิด

11. กำหนดให้ $(\sim p \rightarrow q) \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก. $p \wedge \sim q$ มีค่าความจริงเป็นจริง
 - ข. $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
- 1) ข้อ ก. และข้อ ข. ถูกต้อง
 - 2) ข้อ ก. ถูกต้อง แต่ข้อ ข. ผิด
 - 3) ข้อ ก. ผิด แต่ข้อ ข. ถูกต้อง
 - 4) ข้อ ก. และข้อ ข. ผิด

12. ให้ p และ q เป็นประพจน์ ถ้า $p * q$ เป็นประพจน์ที่มีค่าความจริงตามตารางข้างล่างนี้

P	Q	P * q
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	T

แล้วประพจน์ $p * q$ สมมูลกับประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\sim(\sim p \rightarrow q)$
 - 2) $\sim p \rightarrow q$
 - 3) $\sim(p \rightarrow \sim q)$
 - 4) $\sim p \wedge q$
13. กำหนดให้ p คือประพจน์ “ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริง และ $ab < ac$ แล้ว $b > c$ และ q คือประพจน์ ถ้า x และ y เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว $x + y$ เป็นจำนวนอตรรกยะ” ประพจน์ใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็นจริง
- 1) $p \wedge \sim q$
 - 2) $p \wedge q$
 - 3) $\sim p \wedge \sim q$
 - 4) $\sim p \wedge q$
14. กำหนดให้ p, q, r และ s เป็นประพจน์ โดยที่ q และ r ต่างมีค่าความจริงเป็นเท็จ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก. $[p \vee (q \rightarrow r)] \wedge (\sim q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
 - ข. $(p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow (r \rightarrow s)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
- 1) ข้อ ก. และข้อ ข. ถูกต้อง
 - 2) ข้อ ก. ถูกต้อง แต่ข้อ ข. ผิด
 - 3) ข้อ ก. ผิด แต่ข้อ ข. ถูกต้อง
 - 4) ข้อ ก. และข้อ ข. ผิด



15. ข้อใดต่อไปน้ถูกต้อง

- 1) ถ้า p มีค่าความจริงเป็นจริง และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $p \rightarrow (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 2) ประพจน์ $\sim[p \rightarrow q] \wedge \sim r$ และ $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ สมมูลกัน
- 3) ประพจน์ “ถ้า $a < 10$ แล้ว $-5(a) < (-5)(10)$ ” มีค่าความจริงเป็นจริง
- 4) นิเสธของข้อความ “นักศึกษาบางคนในชั้นนี้เรียนสายวิทยาศาสตร์” คือ “นักเรียนบางคนในชั้นนี้ไม่ได้เรียนสายวิทยาศาสตร์”

16. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนเต็ม แล้วข้อใดต่อไปน้ถูกต้อง

- 1) $\exists x[x^2 \leq 0$ หรือ $x^2 + 1 = 0]$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 2) $\exists x\{x + 4 = 0$ และ $x - 2 = -6\}$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- 3) $\forall x[x^2 > 0]$ มีค่าความจริงเป็นจริง
- 4) $\forall x[$ ถ้า $x < 3$ แล้ว $x < 5]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

17. กำหนดข้อความต่อไปนี้ให้มีค่าความจริงเป็นเท็จ “ผู้ที่สวมรองเท้าแตะและกางเกงขาสั้นเป็นผู้ที่ไม่ได้รับอนุญาตให้เข้ามาในโรงงาน”

- ถ้า p แทน ผู้ที่สวมรองเท้าแตะ
 q แทน ผู้ที่สวมกางเกงขาสั้น
 r แทน ผู้ที่ไม่ได้รับอนุญาตให้เข้ามาในโรงงาน

แล้วข้อความใดต่อไปน้มีค่าความจริงเป็นเท็จ

- 1) $(\sim p \vee q) \rightarrow r$
- 2) $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$
- 3) $(\sim p \wedge q) \rightarrow r$
- 4) $(p \vee \sim q) \rightarrow \sim r$

18. ให้ $U = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-1| \leq 2\}$ ข้อใดต่อไปน้มีค่าความจริงเป็นจริง

- 1) $\forall x[x^2 - 3 < 6]$
- 2) $\forall x[1 < x + 2 < 5]$
- 3) $\exists x[|x + 2| < 2 - x]$
- 4) $\exists x[\sqrt{x} > 2]$

19. กำหนด

เหตุ 1. ถ้าการจราจรติดขัด รถยนต์จะต้องแล่นช้า

2. ถ้าการจราจรไม่ติดขัด ัญญาพรจะไปทำงานทันเวลา

3. แต่รถยนต์ไม่ต้องแล่นช้า

ถ้าให้ p แทน การจราจรติดขัด

q แทนรถยนต์ต้องแล่นช้า

r แทนัญญาพรไปทำงานทันเวลา

ผลในข้อใดที่ทำให้แสดงว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล

- 1) p
- 2) r
- 3) $\sim r$
- 4) $\sim p$

20. กำหนด

เหตุ 1. ไม่มีนักเรียนคนใดเป็นคนดี

2. ้วยรุ่นทุกคนเป็นนักเรียน

ผลในข้อใดที่ทำให้การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผล

- 1) นักเรียนบางคนไม่เป็น้วยรุ่น
- 2) นักเรียนบางคนเป็นคนดี
- 3) ไม่มี้วยรุ่นคนใดเป็นคนไม่ดี
- 4) ไม่มี้วยรุ่นคนใดเป็นคนดี



ผู้ดำเนินการ

ที่ปรึกษา :

ดร.อำรุง จันทวานิช	เลขาธิการสภาการศึกษา
ดร.สิริพร บุญญานันต์	รองเลขาธิการสภาการศึกษา
รศ.ดร.สำออง หิรัญบุรณะ	ข้าราชการบำนาญ ที่ปรึกษาโครงการฯ
ดร.รุ่งเรือง สุขภริมย์	ผู้ตรวจราชการกระทรวงศึกษาธิการ ที่ปรึกษาโครงการฯ
นางสาวจิรพรรณ ปุณเกษม	ผู้อำนวยการสำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้

ผู้เรียบเรียง :

นายจิตลดา สมงาม	โรงเรียนพูนพิทยาคม	จังหวัดสุราษฎร์ธานี
-----------------	--------------------	---------------------

ผู้วิจัยและตรวจทาน :

รองศาสตราจารย์อารีสา รัตนเพ็ชร	หัวหน้าคณะวิจัย
ดร.ศุภวรรณ เลิศไกร	
อาจารย์เอชส์วัฒน์ คำมณี	
อาจารย์สุจิตา มณีชัย	
คณะอาจารย์ผู้สอนคณิตศาสตร์โรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการฯ จากโรงเรียนดังต่อไปนี้	
● โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย	จังหวัดสงขลา
● โรงเรียนมหาวชิราวุธ	จังหวัดสงขลา
● โรงเรียนบูรณะรำลึก	จังหวัดตรัง
● โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย	จังหวัดสตูล
● โรงเรียนสุราษฎร์ธานี	จังหวัดสุราษฎร์ธานี
● โรงเรียนพูนพิทยาคม	จังหวัดสุราษฎร์ธานี
● โรงเรียนเตรียมอุดมภาคใต้	จังหวัดนครศรีธรรมราช

ผู้พิจารณารายงาน :

นายสมชาย ศรีวางกุล	โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา กรุงเทพฯ
--------------------	----------------------------------

ผู้รับผิดชอบโครงการ :

นางสาวบุญเทียม ศิริปัญญา	หัวหน้าโครงการ
นางสาวกิ่งกาญจน์ เมฆา	ประจำโครงการ
นางสาววิชชุลาวัลย์ พิทักษ์ผล	ประจำโครงการ

บรรณาธิการ :

นางสาวบุญเทียม ศิริปัญญา

เรียบเรียงและจัดทำรายงาน :

นางสาวกิ่งกาญจน์ เมฆา
นางสาววิชชุลาวัลย์ พิทักษ์ผล



เพื่อเป็นการใช้ทรัพยากรของชาติให้คุ้มค่า
หากท่านไม่ใช่หนังสือเล่มนี้แล้ว
โปรดมอบให้ผู้อื่นนำมาใช้ประโยชน์ต่อไป

กลุ่มพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ
สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้
สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา (สกศ.)
99/20 ถนนสุขุวิทัย เขตดุสิต กรุงเทพฯ 10300
โทรศัพท์ : 0-2668-7123 ต่อ 2530
โทรสาร : 0-2243-1129, 0-2668-7329
เว็บไซต์ : <http://www.onec.go.th>
<http://www.thaigifted.org>





บันทึก

A series of horizontal dashed lines for writing, spanning the width of the page.

